

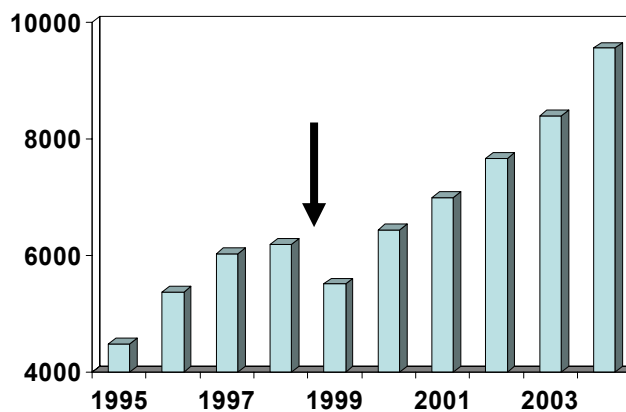
### **3. Miért szeretjük a hálózatokat?**

**A** hálózatok ragadnak. Ha egyszer elkezd velük foglalkozni az ember: megfogják és el nem eresztik. Megfertőznek, lenyűgöznek, betöltenek és kiteljesítenek. Ez a fejezet ennek a jelenségnek az okát szeretné megkeresni. Miért szeretjük a hálózatokat? „Péter, mielőtt elkézdénél hosszasan örülni annak, hogy tudod a saját magad által feltett kérdésre a választ, nem kellene először a kérdésedben megbújó állítást bizonyítanod? Nézz körül! Ki szereti itt a hálózatokat? Én biztos, hogy nem. Szerintem az Olvasó se.” Keckecke, én a helyedben óvatosabb lennék. Mint említettem, a hálózatok fertőznek. Ha nem mész el idejében, van egy rossz hírem: te is szeretni fogod őket, még mielőtt ez a könyv véget ér... De mint mindig, megint igazad van. Tanácsod megfogadva, először néhány példát hozok arra, hogy mennyire veszélyesek a hálózatok.

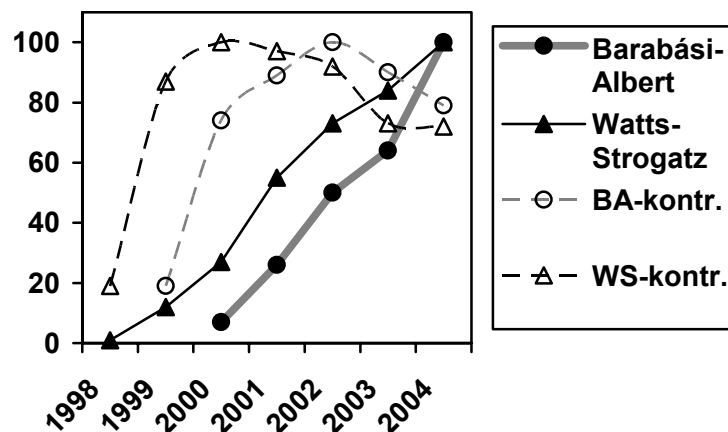
Hadd kezdjem a saját példámmal. Éppen mielőtt e könyv angol változatának (Csermely, 2005) megírásába belefogtam volna, a vonaton utaztam a Balaton felé. Velem szemben egy kedves fiatal nő ült a kislányával. A kiskölyök a vonat zötyögésétől elszenderedett. No ebben persze a szájába dugott cumi is segítette picit. Ahogy nézegettem őket, az agyam egyszerre megtelt gondolatokkal: „Mi lehet annak a periodicitása, ahogy a kislány szopja a cumit? Kétségtelenül nem szopja mindig. Ugyanakkor az sem igaz, hogy ugyanabban a ritmusban tartana szünetet. A szopás hossza sem állandó. Néha sokat szop, néha keveset.” Aztán villámként hasított az agyamba a gondolat: „Csak nem skálafüggetlenül tör rá a szopási inger? Esetleg a szopás is egy önszerveződő kritikus állapot, mint a földrengés, vagy az erdőtűz? Lehetséges, hogy a szopás is a megszakított egyensúly egyik esete?” Idáig jutottam, amikor ismét magamhoz tértem. ÁÁÁ! Ez egy Gyerek! Kisdéd. Nem fizikai kísérlet! Mi lesz mester, ha kinézel az ablakon? Fraktálokat látsz majd fák, hegyek és felhők helyett? „Péter, tulajdonképpen hálásnak kellene lennem, hogy számomra már régóta nyilvánvaló elmebajodat ilyen szemléletesen megjelenítetted, hiszen a kritikai megjegyzéseimmel az Olvasó így sokkal jobban azonosul. Mégis, hadd kérdezzem meg: Miből gondolod, hogy a tisztelt Olvasó tudja, mi az a 'skálafüggetlen', 'önszerveződő kritikus állapot', 'megszakított egyensúly' vagy éppen 'fraktál'?” Tulajdonképpen nagy kár, hogy nem egy fotót illesztettem be rólad az előszóban, Keckecke, mert akkor az Olvasó legalább azt tudná, hogy hogyan is néz ki egy „önszerveződő kritikus állapot”. Viccet félretéve, a megjegyzésed jó alkalmat ad

arra, hogy felhívjam a figyelmet a 14.4.-es fejezetre. A könyv végén lévő Fogalomtárban megadtam ugyanis a gyakrabban előforduló fogalmak magyarázatát. Ha valamit nem értesz, lapozz hátra nyugodtan, megvárlak. Ugyanakkor hadd nyugtassalak meg, hogy az összes fenti kódszó jelentésére még ennek a fejezetnek a vége előtt fény derül.

Visszatérve a hálózatok népszerűségére, hadd hozzam fel mentségemül, hogy nemcsak én vagyok az egyedüli, aki a hálózatok gondolatát hasznosnak tartja. Az 1. ábra a hálózatokról szóló tudományos közlemények számának időbeli alakulását mutatja be az orvostudományi közleményeket listázó legnagyobb adatbázisban, a MEDLINE-ban. A nyíl arra a dátumra mutat, amikor a hálózatok tudományának két alapvető megállapítása, a kicsi-világ jelenségének általánosítása (Watts és Strogatz, 1998) és a skálafüggetlen viselkedés magyarázata és általánosítása (Barabási és Albert, 1999) napvilágot látott. Természetesen a cikkek számának ugrásszerű emelkedése nem bizonyít semmilyen oksági összefüggést, de utal arra, hogy a hálózatok gondolatát egyre többen tudták alkalmazni a munkájukban. A 2. ábrán bemutatott adatok, amelyek a fenti két, alapvető cikk idézettségének alakulását foglalják össze az idő függvényében, hasonló tendenciát mutatnak. Az ugyanabban az újságból véletlenszerűen kiválasztott cikkek idézettsége 3-4 év elteltével tetőzik. A hálózatos alapcikkek idézettsége állandóan nő, és a könyv megírásának napjáig semmi jelét nem adja annak, hogy tetőzne. A kutatók úgy tűnik, hogy egyre jobban szeretik a hálózatokat. És a laikusok? Barabási Lászlónak a hálózatokról szóló könyvét, a „Linked”-et a megjelenésének első két évében nyolc nyelvre fordították le (magyarul Behálózva címmel jelent meg 2003-ban). Az elmúlt években a hálózatok szeretete behálózta a Földet.



**1. ábra. A hálózatokkal foglalkozó cikkek száma a MEDLINE-ban.** Azoknak a cikkeknek a számát írtam össze az orvostudományi cikkek tartalmazó adatbázisból, amelyek a címükben, vagy az összefoglalójukban a „network” vagy „networks” szavakat tartalmazták. A 2004-es adatot az első félév adataiból extrapoláltam. A nyíl a hálózatok tudománya két alapvető munkájának, Watts és Strogatz (1998), valamint Barabási és Albert (1999) közleményeinek megjelenési idejére mutat. (Az adatok informativitását rontja, hogy a „network” tudományos munkaközösségekre is utal, és hogy a közölt, illetve a MEDLINE-ba bevont cikkek száma a vizsgált időszakban összességében is emelkedett.)



2. ábra. **A hálózatokkal foglalkozó alapvető cikkek idézettsége.** A számok Watts és Strogatz (1998), valamint Barabási és Albert (1999) cikkeinek a Web of Science adatbázisból vett éves idézettségét mutatják. A kontroll értékek ugyanabból a két újságból (Nature, illetve Science) véletlenszerűen kiválasztott, hasonló összes idézettségű 3-3 cikk átlagos idézettségének alakulását mutatják. Az adatokat az áttekinthetőség kedvéért a maximális éves idézettségre normalizáltam, a 2004-es adatok az első félév adatiból számolt extrapolációk.

Úgy tűnik, a megállapítás igaz: a hálózatok valóban ragadnak. Vajon miért? Miért szeretjük a hálózatokat? Ez a fejezet erre a kérdésre próbál meg választ adni. A válasz különböző elemeinek megfogalmazása során ugyanakkor a hálózatok néhány általános tulajdonságát is bemutatom.

Kisvilágság, skálafüggetlenség, egymásbaágyazottság és gyengekapcsoltság: ezek a soron következő részek címei. Megelőzendő Keckeckét, én teszem fel most a kérdést: Mit jelentenek ezek az értelmetlen szavak? Mind a négy szó<sup>1</sup> a hálózatok kulcsfontosságú tulajdonságaira utal. Ezek a tulajdonságok annyira körülvesznek bennünket, hogy (akár tudunk róla, akár nem) kialakult egy érzékünk arra, hogy észrevegyük őket. Ezek a hálózat-tulajdonságok segítenek bennünket abban, hogy megértsük a világot magunk körül, és az évezredek során észlelésünk és megismerésünk rendező elveivé alakultak. Így a kisvilágság, skálafüggetlenség, egymásbaágyazottság és gyengekapcsoltság nem csak a hálózatok megfelelő alaptulajdonságaira (t.i., hogy az adott hálózat egy kicsi világ, bizonyos tulajdonságai skálafüggetlen eloszlást követnek, az elemei önmagukban is kisebb hálózatok és a hálózat maga egy nagyobb hálózat eleme, végezetül, hogy a hálózatban található kölcsönhatások túlnyomó többsége gyenge kapcsolat), hanem arra a segítségre is utal, amelyet ezek a hálózati sajátosságok nekünk adnak. Mi ez a segítség? Aki folytatja az olvasást, annak erre is fény derül.

<sup>1</sup>Aki már most kíváncsi e szavak magyarázatára, nézze meg a Fogalomtárat a 14.4. fejezetben, illetve olvassa el Barabási és Oltvai (2004) nagyszerű, és igen közérthető összefoglalóját a hálózatokról.

### 3.1. Kisvilágság

Stanley Milgram-nek volt jópár híres kísérlete. Az előző fejezetben már leírt kicsi-világ kísérletében a startember az ismeretlen, távoli végpontnak címzett levelet nem postázhatta, csak a barátjának adhatta oda (Milgram, 1967). Gondoljunk bele, ha kezünkbe nyomna valamilyen kutató egy levelet, és azt kérné, hogy juttassuk el Lucas Brown atyának Yangon-ba, Myanmar (régebbi nevükön Rangoon és Burma) fővárosába. Postázási lehetőség híján alig hihető, hogy a Milgram-féle eredmények itt is érvényesek lesznek. Pedig nagy valószínűséggel lesz olyan emberlánc, amely hat lépéssel Lukács atyához vezet. A „hat lépés távolság” a közbeszéd része lett.



**Karinthy Frigyes 1929-es írása: a kisvilágság első említése.** Braun Tibor (2004) hívta fel a figyelmet arra, hogy a kicsiny világokat először Karinthy Frigyes fedezte fel 1929-ben. Karinthy a “Minden másképpen van” című tárcagyűjteményének “Láncszemek” című fejezetében a következőket írta: “Annak bizonyításául, hogy a Földgolyó lakossága sokkal közelebb van egymáshoz, mindenféle tekintetben, mint ahogy valaha is volt, próbát ajánlott fel a társaság egyik tagja. Tessék egy akármilyen meghatározható egyént kijelölni a Föld másfél milliárd lakója közül, bármelyik pontján a Földnek - ő fogadást ajánl, hogy legfőbb öt más egyéneket kereszttül, kik közül az egyik neki személyes ismerőse, kapcsolatot tud létesíteni az illetővel, csupa közvetlen - ismeretség alapon, mint ahogy mondani szokták: Kérlek, te ismered X. Y.-t, szólj neki, hogy szóljon Z. V.-nek, aki neki ismerőse... stb. - Na erre kíváncsi vagyok - mondta valaki; - hát kérem, mondjuk... mondjuk, Lagerlöff Zelma. - Lagerlöff Zelma - mondta barátunk, mi sem könnyebb ennél. Két másodpercig gondolkodott csak, már kész is volt. Hát kérem, Lagerlöff Zelma, mint a Nobel-díj nyertese, nyilván személyesen ismeri Gusztáv svéd királyt, hiszen az adta át neki a díjat, az előírás szerint. Márpedig Gusztáv svéd király szenvedélyes teniszjátékos, részt vesz a nemzetközi nagyversenyeken is, játszott Kehrlinggel, akit kétségkívül kegyel, és jól ismer, Kehrlinget pedig én magam (barátunk szintén erős teniszjátékos) nagyon jól ismerem. Íme a lánc, - csak két láncszem kellett hozzá a maximális öt pontból, ami természetes is, hiszen a világ nagyírú és népszerű embereihez könnyebb kapcsolatot találni, mint a jelentéktelenséghez, lévén előbbieknél rengeteg ismerőse. Tessék nehezebb feladatot adni. A nehezebb feladatot: egy szögecselő munkást a Ford-művek műhelyéből, ezek után magam vállaltam, és négy láncszemmel szerencsésen meg is oldottam. A munkás ismeri műhelyfőnökét, műhelyfőnöke magát Fordot, Ford jóban van a Hearst-lapok vezérigazgatójával, a Hearst-lapok vezérigazgatójával tavaly alaposan összeismerkedett Pásztor Árpád úr, aki nekem nemcsak ismerősöm, de tudtommal kitűnő barátom - csak egy szavamba kerül, hogy sürgönyözzön a vezérigazgatónak, hogy szóljon Fordnak, hogy Ford szóljon a műhelyfőnöknek, hogy a szögecselő munkás sürgősen szögecseljen nekem össze egy autót, éppen szükségem lenne rá. Így folyt a játék és barátunknak igaza lett - soha nem kellett ötnél több láncszem ahhoz, hogy a Földkerekség bármelyik lakosával, csupa személyes ismeretség révén, összeköttetésbe kerüljön a társaság bármelyik tagja.” Karinthy (1929) hihetetlen előrelátását, amellyel az “öt lépés távolságot” globális méretekben megjósolta, a tudományos kutatásoknak csak évtizedekkel később sikerült bebizonyítani (Milgram, 1967; Dodds és mtsai, 2003a).

Amikor a hálózatokról tartottam előadást, és a kicsi-világokhoz értem, ennek a kijelentésnek az erejét megvilágítandó, azt kérdeztem a hallgatóságtól: „Mit gondoltok, hány lépés távolságra vagytok az Amerikai Egyesült Államok elnökétől?” Néhányan százra tippeltek, mások már hallottak a Milgram-féle kísérletről és magabiztosan rávágta hogy: „hat”. De még az ő számukra is meglepetésként hatott, amikor bejelentettem: Három, de legfeljebb négy. “Ezzel engem is megleptél, Péter. Hogyan jött ez össze? Valakinek a szülei amerikai diplomaták voltak a csoportban?” Nem, Keckecke, én csak a

saját kapcsolataimat ismertem. Történetesen ismerem a Köztársasági Elnök urat, akiről feltételezem, hogy találkozott már az amerikai elnökkel. Ha így van, a kapcsolatok száma számomra kettő, a hallgatóság számára pedig három. De ha ez nem is lenne így, az Elnök Úr bizonyára több tucat olyan személyt ismer, akik már találkoztak az amerikai elnökkel, sőt adott esetben, jó viszonyban is vannak vele. Ez a hallgatóságtól négy lépés távolságot jelent. De még ha nem is lenne így, van egy olyan ismerősöm is, akinek Bill Clinton osztálytársa volt. Clinton nyilvánvalóan ismeri az utódját. Ez már a második négyszemélyes út a hallgatóság felől. (És akkor még az amerikai diplomata-szülőket számba se vettük.) A világunk tényleg kicsiny. Ugyanakkor a Milgram kísérletnek van egy másik fontos üzenete. A társadalmi hálózatok tagjait nemcsak rövid utak választják el egymástól, hanem a tagok igen jó érzékkel rendelkeznek ahhoz is, hogy megtalálják ezeket az utakat (Newman, 2003b). Mit tennél Keckecke, ha neked kellene Lukács atya levelét Yangonba elindítanod? *“Történetesen van egy barátom, akij Kuala Lumpurba költözött egy évvel ezelőtt. Ha jól emlékszem a katasztrófális földrajzleckéim egyikére, akkor Kuala Lumpur nincs messze Yangontól. Így aztán Nóri bizonyára ismer valakit arrafele.”* Kitűnő! Ha Nóri ismer egy papot akár Kuala Lumpurban, akár Yangonban, akkor a leveled már akár három lépéssel célhoz érhet, az átlagos hat helyett.

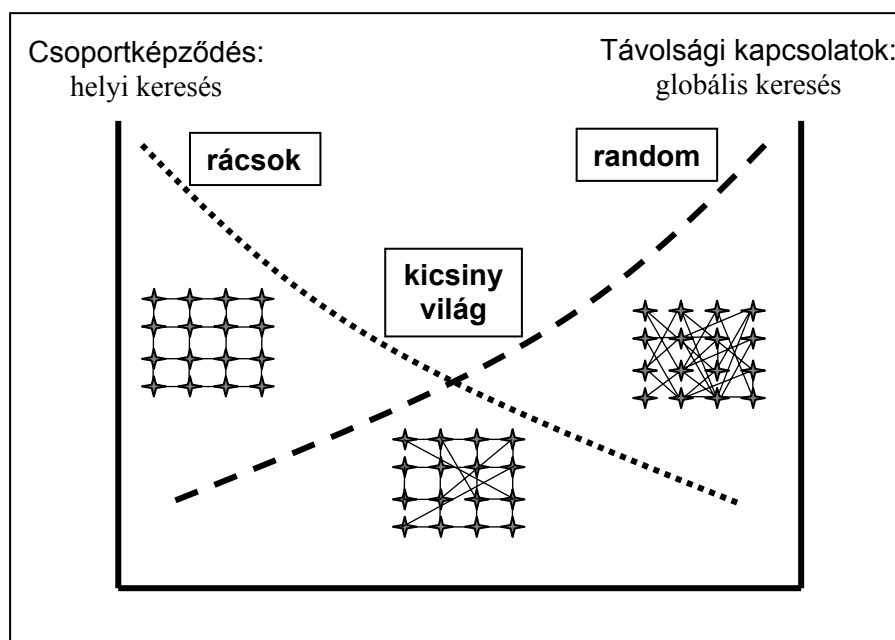


### **Miért volt szerencsés Milgram?** Ha a Milgram-kísérlet eredeti számait

részletesen megvizsgáljuk, arra a következtetésre kell, hogy jussunk, hogy a fenti példák ellenére Milgram-nak szerencséje volt. A „hat-lépés-távolság” végső következtetése összesen azon a 18 levélen alapult, amelyek az egyedüli bostoni célpontot a 96 nebraskai startszemélytől végül elérték. A későbbi, hasonló kísérletekben a sikeresen célba ért levelek aránya sokszor még kisebb volt (Kleinfield, 2002). A legtöbbször nehéz volt kinyomozni, hogy a levélláncolatok miért szakadtak félbe. Felmerült a gyanú, hogy a megszakadt láncok esetén a továbbítók egyike sikertelennek ítélte meg a továbbítás esélyét, és így a célba ért levelek végső mintája nem volt reprezentatív. Mindazonáltal egy nem régi nagyszabású kísérlet (Dodds és mtsai, 2003a), amely email-ek tízezreit használta fel és korrigált a kieső levelekre is, ugyanarra a végső eredményre jutott: kb. hat lépés távolságra vagyunk egymástól még akkor is, ha más-más kontinensen nyomjuk le a „Send” gombot az email elküldésekor. A robusztus jelenségekbe bukó kutatók szerencsések. Még akkor is az igazság közelébe jutnak, ha a konkrét kísérletük esetleg nem volt teljesen tökéletes. Mindazonáltal, ha az Olvasó egy ifjú kutató, hadd kérjem meg arra, hogy *ne* bízzon ebben. Pocsék kísérletből pocsék válasz születik. A selejtes munkára nem mentség a természet gondoskodásába vetett bizalom. Ráadásul az irodalom erősen torzít. A ténylegesen sikertelen kísérletek száma sokszorosan felülmúlja a néhány siker-sztoriét. Ezekről azonban nem szokás hallani. Nem kerülnek közlésre, és nem szólnak róluk az emlékiratok. Sajnálatos módon a közlemények mindig a nagyszerű végső eredményhez vezető diadalutat mutatják be, és mellőzik a roppantul tanulságos vargabetűkkel járó kínos részleteket.

A világunk tehát kicsiny világ. Nem csak barátaink egyre tágabb körei, a társadalmi hálózatok kicsiny világok. Számos más hálózat, így az áramhálózatok, az idegsejtek hálózatai ugyanígy kicsiny világok (Watts és Strogatz, 1998). Kisvilágság van bennünk és vesz körül bennünket. *“Péter, ez nyilvánvaló. Ha veszek száz embert, és mindenki ismer mindenkít a világuk – hívjuk most az egyszerűség kedvéért Kekecföldnek – tényleg kicsiny: Kekecföldön nem hat, hanem csak egy lépés távolságra van bárki bárkitől.”* Keckecke, mielőtt abba a hamis tudatba ringatnád magad, hogy Kekecföld felállításával megdöntötted a kicsiny világok Guinness rekordját, hadd figyelmeztesselek arra, hogy a valós világban nem ismerhetünk mindenkit. Vagy neked talán hatmilliárd barátod van, és minden egyes másodpercben több ezer újjal ismerkedsz meg még alvás közben is? Sok sikert! A

kapcsolatok kiépítése költséges dolog. Időbe és energiába kerül. Mindenki mindenkivel csak akkor állhat kapcsolatban, ha a hálózat maga is kicsi, vagy óriásháló ugyan, de matematikai fikció.



3. ábra. **A hálózatok kisvilágsága.** Az ábrán a kicsiny világokat jelentő hálózatokat mutatom be. E hálózatok a szabályos rácsok és a random hálózatok között helyezkednek el. A kicsiny világoknak sokkal több távolsági kapcsolata van, mint a rácsoknak, ugyanakkor sokkal több csoportképződés található bennük, mint a random hálózatokban. (Az ábrán mind a csoportképződés, mind a távolsági kapcsolatok mértéke csak illusztrációs célokat szolgál, így a konkrét értékeknek nincs jelentéstartalma.)

Ennek ellenére igazad volt Kekecke, amikor azt mondtad, hogy a hálózat elemei közötti rövid távolságok önmagukban még nem egy nehezen teljesíthető feltétel jelentenek. A kicsiny világok nem csak azért kicsinyek, mert a tagjaik gyorsan és könnyen el tudják érni egymást. A random hálózatok (ahol a kapcsolatok véletlenszerűen alakultak ki az egyes elemek között, ld. 3. ábra) ugyanilyen jók a könnyű kapcsolatteremtés terén. A kis világokban a szomszédaid is ismerik egymást. Tudományos kifejezéssel élve a „barátom barátja a barátom” hatást csoportképződésnek (angolul: clustering-nek) hívjuk. A kicsiny világok csoportképződése magas. Ezek a hálózatok egyesítik a szabályos rácsok maximális csoportképzésének és a random hálózatok könnyű bejárhatóságának a legjobb tulajdonságait (3. ábra; Watts és Strogatz, 1998). A rács-típusú kapcsolatok a keresés kritikus utolsó lépéseit könnyítik meg. (Ha szomszédot találtam el, nem baj, mert szinte biztos, hogy össze van kötve a szomszédal: elég a területet jól becélozni, és abban biztos lehet az ember, hogy az üzenet azon belül előbb-utóbb célba jut.) Ugyanakkor a rács-típusú kapcsolódás nem ad hosszú távú kapcsolatokat. A hosszú távú kapcsolatok a sikeres keresés első, betájéoló lépéseihez kritikusak (Watts, 1999). A legtöbb hálózatban ezek a hosszú távú kölcsönhatások gyenge kapcsolatok formájában valósulnak meg.



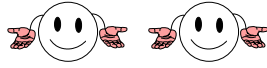
**Néhány világ nem kicsiny.** A kisvilágság jelensége sok esetben attól függ, hogy mit tekintünk a hálózat tagjának. Egy konkrét példaként, az anyagcsere hálózatok kisvilágságának mértéke erősen megváltozik, ha a legegyszerűbb molekulákat, pl. a vizet vagy az ATP-t belefoglaljuk a hálózatba, ha irányított kapcsolatokat használunk, vagy ha a hálózatot a résztvevő molekulák legfontosabb, megőrződő részleteire korlátozzuk (Arita, 2004; Ma és Zeng, 2003).

A gyenge kapcsolatok segítik a tájékozódást a kicsiny világokban (Granovetter, 1973; Lin és mtsai, 1978). Mint ahogy már említettem több mint 60.000 email segítségével Dodds és mtsai (2003a) megismételték Milgram (1967) régebbi kísérletét. Az ő eredményük is azt igazolta, hogy a társadalmi hálózatok sikeres felderítése közepes vagy gyenge erősségű kapcsolatokat igényel, és elkerüli a sok elemmel kapcsolatot tartó csomópontokat. Skvoretz és Fararo (1989) kimutatta, hogy minél több gyenge kapcsolat van egy hálózatban, annál közelebb van egy véletlenszerűen kiválasztott startszemély a többiekhez. Érdekes megfigyelés az is, hogy a társadalmilag magasan és alacsonyan álló csoportok, valamint a stressznek kitett csoportok inkább erős, semmint gyenge kapcsolatokat használnak (Granovetter, 1983; Killworth és Bernard, 1978). Ennek egyik lehetséges következménye az, hogy a társadalom leggazdagabb és legszegényebb rétegei, valamint azok, akik stresszhelyzetbe kerültek, egy sokkal zártabb világban élnek, mint azok, akik viszonylagos, de nem túlzott jólétben töltik a napjaikat. Keckecke, ebből egy egészen konkrét tanács származik neked: ha azt akarod, hogy a világod az előnyös kicsiny világ legyen, hogy könnyen elérhess bárkit a Földön (beleértve Lukács atyát Yangon-ban), csapj fel kutatónak és feledkezz el a túlzott jólétről. *“Péter, ez ugye egy vicc volt?”* Nem egészen. Gondolj bele, teljesen logikus, amit mondtam. Mindazonáltal, ne keseredj el. Mindig vannak kivételek. Így lehetsz te is olyan szupergazdag, aki nem zárkózik be pártucát másik szupergazdag ismeretségi körébe. Sőt. Többet mondok. Még akkor is lehetsz vagyonos, ha kutatónak állsz. Mint említettem: mindig vannak kivételek...



**Hány barát kell ahhoz, hogy bárkihez eljusson az üzenetünk?** 2000-ben John Kleinberg egy nagyon érdekes modellt közölt arról, hogy hogyan is terjednek az üzenetek egy síkbeli rácson. A rács nem volt teljesen szabályos: bizonyos elemeit Kleinberg véletlenszerűen összekötötte egymással, így hasonló technikát alkalmazott a kicsiny világok előállítására, mint Watts és Strogatz (1998) korábban. Ha ezek a keresztkötések nem voltak teljesen véletlenszerűek (ahol sok rövid út létezik, de nagyon nehéz megtalálni őket) de nem is voltak kizárólag rövid távú kapcsolatok (ahol rövid utak egyáltalán nem léteznek a hálózat távoli elemei között) egy optimumot lehetett találni, ahol a rendszerben az üzenetek a legnagyobb hatékonysággal terjedtek tova. Az optimális elrendezésben a közvetlen szomszédságban éppen annyi barátod volt, mint a város többi részében, mint az ország többi részében, mint a kontinens többi részében és mint a világ többi részében. (Néhány száz év múlva a lista természetesen folytatható lesz: mint a Naprendszer többi részében, és mint a Világegyetem többi részében...) Más szavakkal, egy ilyen rendszerben csak azt kell eltalálni, hogy melyik részbe küldd el a leveled. Ha a levél megérkezett az adott helyre, egyre sűrűbb és sűrűbb baráti hálózatokban találja magát, és így egyre fokozódik annak a valószínűsége, hogy rátalál a végső célpontra. Ez a keresést rendkívül hatékonyá teszi. A kialakítás szabályainak ismeretében nem meglepő, hogy az ilyen világ egy kicsiny világ (Kleinberg, 2000). Másként fogalmazva a “Kleinberg-feltételt”: ahhoz hogy egy síkbeli keresés optimális legyen, ha egy nagyságrenddel nagyobb terület vizsgálunk (szomszédság, város, ország, kontinens, világ) annak az esélye, hogy egy

véletlenszerűen kiválasztott ember a barátunk lesz, éppen egy nagyságrenddel kisebb. A Kleinberg-féle modell akkor viselkedett optimálisan, ha a barátok száma minden nagyságrendben (skálán) ugyanaz volt, azaz a barátok száma skálafüggetlen eloszlást mutatott. A skálafüggetlenség a hálózatoknak szintén egy nagyon fontos tulajdonsága, amellyel a következő fejezetben fogok foglalkozni részletesen.



**Agydimenziók.** Rendben. Megbeszéltük, hogy hány és milyen kapcsolat kell egy hálózatban ahhoz, hogy a levelünk jó eséllyel a célba érjen. Csak az nem világos még, hogy a valóságban ez hogyan is megy. Honnan tudjuk, hogy milyen irányba indítjuk el a levelünket az ismeretlen személy felé? A válasz egyszerű: megpróbáljuk az ismeretlenről tudott információk alapján öt egy sor kategóriába beleygőmszölni, és kiválasztjuk az ismeretségi körünkéből azt, aki ezekhez a kategóriákhoz a legközelebb esik (Watts és mtsai, 2002). Keckecke a yangoni Lukács atyának címzett levelet egy Kuala Lumpurban lakó barátnőjének küldte volna el. Nekem nincs arrafele barátnőm, így lelkes ismerőseim között néztem volna szét. Azoknak a szociális dimenzióknak a száma, amelyeket egy átlagos kategorizálás során felhasználunk, 5 és 6 között mozog (Dodds és mtsai, 2003a; Killworth és Bernard, 1978). Ez a szám nagyon közel esik ahhoz az átlagos kognitív dimenzióhoz, amelyről részletesebben majd a 10.2.-es fejezetben fogok írni (ez utóbbi kognitív dimenzió azon személyek száma, akiknek egymáshoz való viszonyát még egyszerre részletesen fejben tartani és elemezni vagyunk képesek; Dunbar, 2005). Mi történik, ha nehezebb feladat elé kerülünk? Olyan helyzetbe, amelyet csak több dimenzió segítségével tudunk megoldani? Mondjuk, 11-gyel, annyival, amennyi a szuperhúr elméletben használatos? (A szuperhúr-irigység egyik formájaként – ahogy Freud mondaná...) Azt hiszem rossz híreim vannak. Agyunk dimenziói valószínűleg gátat vetnek ennek. A világunk nőhet, növegethet. Egyre összetettebb, egyre komplexebb lehet, mi akkor is csak 6 dimenzió mentén találjuk meg a barátainkat. A világ nő, ahogy nő, de a mi személyes világunk ugyanaz marad. Azaz: relatíve összemegy. Hölgyeim, uraim: egyre törpebbek leszünk. Vagy... Vagy elkezdünk fejlettebb agyat növeszteni. Érdeemes csendben maradni egy pillanatra és körbefülni. A kicsi zizegések lehet, hogy azt jelzik, valakinek a környezetünkben már éppen nyolcdimenziós agya nő...

Miért szeretjük a kisvilágságot? Miért van rá szükségünk? Az ember egy közösségi állat (Ridley, 1998). Ennek eredményeképp az agyunk úgy fejlődött, hogy a kapcsolatainkat listázni, áttekinteni és mozgósítani tudja (Dunbar, 1998). A kapcsolatok hálójára már ősember korunkban a túlélésünk záloga lett. Szociálpszichológiai felmérések feltárták, hogy 5, 15, 35, 80 és 150 fős csoportokra<sup>2</sup> osztjuk fel a világot (ezek a csoportok sorra megfelelnek a családunknak/legjobb barátainknak, a közeli barátainknak, a kollégáinknak/barátainknak, a klubtársainknak és a „falunknak”; ld. részletesebben a 9.3. fejezetben; Dunbar, 1998; Hill és Dunbar, 2003). Ugyanakkor egyre több és több emberrel találkozunk. A modern megalopoliszokban teljesen elveszettnek érezzük magunkat. A táguló világ idegen a számunkra. Be vagyunk zárva a kognitív tulajdonságaink börtönébe. Képtelenek vagyunk többet, tágabbat befogadni. Ennek ellenére a 9.3.-as fejezetben jó néhány példát fogok mutatni arra, hogy hogyan tudjuk újra és újra definiálni, és leválasztani a számunkra ismerős, elfogadható, felfogható és elemezhető kicsiny világot a kapcsolatok elbátortalanító óceánjából odakint. A kisvilágság nemcsak a sikeres tájékozódás eszköze, hanem a kognitív tulajdonságaink korlátainak megfelelő, biztonságos környezet. A kisvilágság lelki egyensúlyunk záloga az elidegenedett, túlbonyolodott modern időkben. Nem véletlen tehát, hogy a „hat-lépés-távolság” ekkora karriert futott be, és a közbeszéd részévé vált.

<sup>2</sup>Öt csoport megint... Mint a Kleinberg-feltételnél (2000) korábban: szomszédság, város, ország, kontinens, világ. Lehet, hogy azzal a Naprendszerrel már nem is tudnánk mit kezdeni?

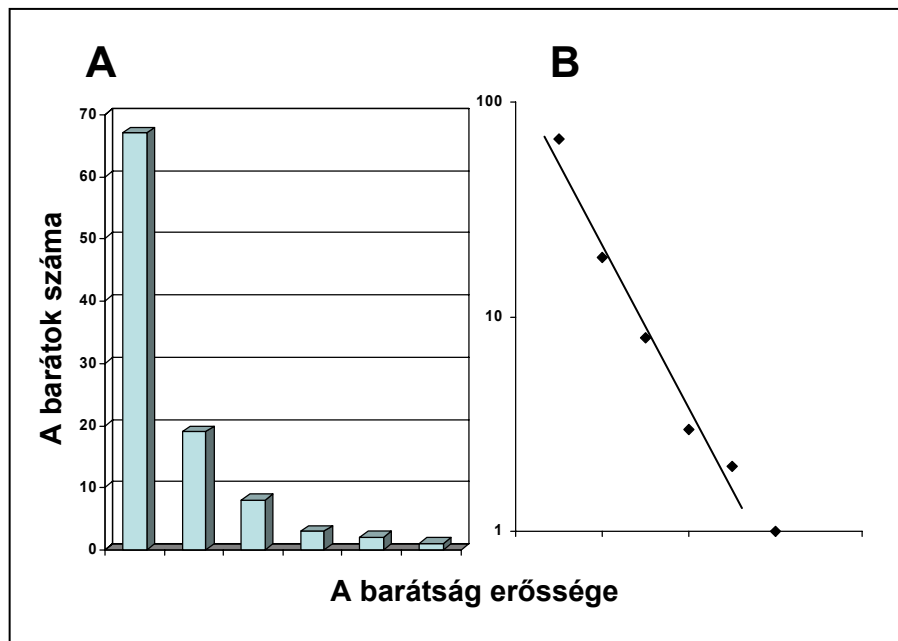


### 3.2. Skálafüggetlenség

A skálafüggetlenség is népszerű fogalom. Azért szeretjük, mert életünk legfontosabb elemeihez kötődik. Izgalmaink, szépérzetünk, örömünk számos eleme elválaszthatatlan a skálafüggetlenségtől. *“Péter! Állj meg! Hogy a fenébe írhatasz le ekkora sületlenséget! Még hogy a skálafüggetlenség népszerű fogalom. Ember! SOHA nem hallottam a skálafüggetlenségről. Kötve hiszem, hogy az Olvasó hallott volna. Vagy szerinted az Orion csillagképbeli emberek kedvenc eledelé, a bobinkafű nálunk népszerű, annak ellenére, hogy emberként én írtam le a nevét most először?”* Nyugi-nyugi. Egyrészt: olvass tovább. Tíz oldal múlva hinni fogsz nekem. Másrészt: nem minden a név. Az elnevezés csak a megismerés első eszköze. Nevet adtam neki: ezáltal birtokba vettem. Mágikus erőm lett felette, hiszen tudom a nevét. Ez őseMBERI szint. Lehet népszerű valami úgy is, hogy a nevét nem ismered. A világot nemcsak a logikus agyunk ismeri meg, hanem teljesebb képet is kaphatunk róla érzeteink, benyomásaink szintjén. Ezek a komplex képek nem okvetlenül megnevezhetők. A modern ember, különösen akkor, ha kutat, gondolkodó géppé redukálta magát. Nem mindig kell engedni ennek a csábításnak. A logikus agyunkkal nem minden érthető meg. Ahogy látni fogod: a skálafüggetlenség is ilyen fogalom. Belénk-rögződött, kódolódott évmilliók óta. Ugyanakkor tudományosan fülön csípni csak néhány évtizede sikerült. A következő oldalon közölt képlet lenne a skálafüggetlenség lényege? Nem vagyok biztos benne. Számomra – és kutatóként ezt leírni furcsa kicsit – a képlettel meg nem fogható mögöttes tartalom itt is fontosabb.

Mi tehát a skálafüggetlenség? A skálafüggetlenség megnevezés egy eloszlásfajta utal. Ez az eloszlás bármilyen tulajdonság megoszlása lehet, ami konkrétan meghatározott értékekkel jellemezhető. A legutóbbi fejezetben már érintett példával élve: ha száz ismerősöm van a falumban (hívjuk talán Budapestnek, hiszen ez a neve)<sup>3</sup> ábrázolhatom a megoszlásukat a barátságunk erőssége szerint. A 4A. ábra hisztogramja azt mutatja, hogy legjobb barátom csak egy van, a közeli barátaim száma kettő, három barátot szereztem a kutató diákok közül, nyolc másikkal csak minden második héten találkozom a törzshelyemen, 19 ismerősöm van az Ashokások ([www.ashoka.hu](http://www.ashoka.hu)) klubjából (ahova havonta, ha egyszer eljutok) és 67 emberrel kötöttem alkalmi ismeretséget az uszodában és a Zeneakadémián.

<sup>3</sup>E mondás eredetije „hívjuk talán Gilberto-nak, mivel ez volt a neve” Leon Lederman (1993) gyönyörű könyvéből, „Az isteni atom”-ból való. Számomra nemcsak az egy mérhetetlenül nagy öröm, hogy Leon-t már a kezdetektől fogva a középiskolások számára indított magyar diákköri mozgalmunk ([www.kutdiak.hu](http://www.kutdiak.hu)) barátjának mondhatom, hanem az is, hogy könyvéből egy dedikált példányt magaménak tudhatok. Leon bestseller könyve lett a példaképem arra, hogy lehet a tudományról humorosan is írni, nem csak szárazon.



4. ábra. **A hálózatok skálafüggetlensége.** Az ábrán egy képzeletbeli baráti hálózat barátságainak eloszlása van feltüntetve a barátság erőssége szerint. A rész: hisztogram-on történő ábrázolás; B rész: dupla-logaritmikus ábrázolás. (Az ábrázolás során azzal a feltétellel éltem, hogy a barátság erőssége minden egyes körben éppen egy nagyságrenddel csökken. A példához azt is muszáj hozzáfűznöm, hogy a megoszlásnak mind a mértéke, mind a mérete igen csekély, így az eloszlás skálafüggetlen jellege meglehetősen pontatlan és erőteljesen megkérdőjelezhető.)

(A munkahelyi kollégáim feltűnő módon hiányoznak a felsorolásból. Nem biztos, hogy eddig feltűnt az Olvasónak, de nemrég egy könyv<sup>4</sup> írásába fogtam bele, így a munkahelyemen mostanában ritkábban vagyok látható.) Ha a fentiekhez hasonló megoszlásban a teljes elemszám nem ismert, a konkrét számszerű értékek valószínűségekké helyettesíthetők. (A fenti megoszlást példaként véve, ha a skálafüggetlenség tényleg igaz, akkor pontosan 1% a valószínűsége annak, hogy akárhány ismerősömből a legjobb barátomat találom éppen meg, és 19% a valószínűsége annak, hogy egy olyan távoli ismerőst választok, akivel havonta kb. egyszer találkozom.)

A skálafüggetlen eloszlások hatványfüggvényt követnek, amely az alábbiak szerint írható le (érzékenyebb Olvasók most hunyják le egy pillanatra a szemüket: matematika következik...)  $V = kT^{-\alpha}$ , ahol  $V$  a valószínűség,  $k$  egy állandó,  $T$  a barátságunk távolsága és  $\alpha$  a hatványkitevő. A skálafüggetlen eloszlások a legjobban úgy ábrázolhatóak, ha a fenti egyenletet logaritmizáljuk, azaz  $\lg V = \lg k - \alpha \lg T$ , ami azt mutatja, hogy a valószínűség logaritmusai egyenesen arányosak a barátságunk távolságának logaritmusával. Ez azt jelenti, hogy ha a fenti megoszlás adatait dupla-logaritmusos ábrázolásban ábrázoljuk (4B. ábra), akkor egy egyenes vonalat kapunk, azaz a barátaink erősség szerinti megoszlása valószínűleg hatványfüggvényt követ, azaz skálafüggetlen.

<sup>4</sup>Sőt! Nem is egy könyv, hanem tulajdonképpen kettő (ld. Csermely, 2005).



**A skálafüggetlenség nehézségei.** Ahhoz, hogy a skálafüggetlenséget meggyőzően be lehessen mutatni, a skálafüggetlen viselkedésnek jó néhány nagyságrenden keresztül fenn kell állnia. Az egyenes illesztés is trükkös dolog. Egy kicsiny jóakarattal (emlékezzünk vissza a középiskolai matek és fizika órákra!) szinte minden ponthalmazra illeszthető egyenes. A legtöbbször meglehetősen kritikus elemzés szükséges ahhoz, hogy eldöntsük: van-e a sebtében illesztett egyenesnek értelme vagy sem (Avnir és mtsai, 1998; Eke és mtsai, 2002; Malcai és mtsai, 1997). A skálafüggetlenséget az ökoszisztémákban különösen nehéz kimutatni, hiszen e hálózatok esetén a feltárt kapcsolatok száma általában igen kicsi, és a hálózat határai is elég mesterségesen megszabottak (Jordán és Scheuring, 2002).

Az eloszlások vizsgálata a legjobban olyan rendszerekre alkalmazható, amelyek elemei diszkrét értékeket mutatnak. A hálózatok, amelyeknek a legtöbbször véges számú elemük van, kiválóan megfelelnek e feltételnek. A skálafüggetlen megoszlást a hálózatok elemeinek fokszám-megoszlásán tanulmányozták a leggyakrabban. Mit értünk fokszám alatt? A hálózat egy elemének fokszáma az adott elemhez kapcsolódó többi elem száma. A szomszédban gazdag elemeket csomópontnak (hub-nak) nevezzük. Azokat az elemeket, amelyeknek csak néhány szomszédja van, elágazásnak (node-nak) szoktuk nevezni. A skálafüggetlen fokszám-megoszlás azt jelenti, hogy nagyon sok hálózati elem csak igen kevés szomszédal rendelkezik. Ugyanakkor nem nulla azon elemek száma sem, amelyeknek nagyon sok szomszéd jutott. Még pontosabb megfogalmazással: annak a valószínűsége, hogy valamely elemnek egy nagyságrenddel több szomszédja legyen, éppen egy nagyságrenddel kisebb. Ez azért fontos megállapítás, mert a természetben előforduló tulajdonságokat nagyon gyakran a Gauss-féle, vagy a Poisson-féle eloszlás jellemzi, amelyek mindegyike az átlagtól nagyon különböző értékekre a skálafüggetlen eloszlásnál jóval kisebb (praktikusan nulla) valószínűséget ad. A skálafüggetlen eloszlás kedvez a különcöknek, a diverzitásnak. A későbbiekben látni fogjuk, hogy a diverzitás a rendszerek stabilitásának és túlélésének az alapja. Azaz: ha számos tulajdonságunkban nem lennénk skálafüggetlenek, már bizonyára már régen kipusztultunk volna.



**A hálózatok kvantummechanikája.** A hálózatokat az elemeik közötti, jól definiált kölcsönhatások építik fel. E kölcsönhatásokban az elemek párosával vesznek részt. Leírható a világegyetem összes kölcsönhatása egyedi elemek páros kölcsönhatásaival? Nem okvetlenül. Ugyan első közelítésben minden mindennel leírható, de némelyik leírás a másikkhoz képest túl bonyolult. A hálózatok manapság alkalmazott leírása a fizika newtoni tisztaságára emlékeztet, amely alkalmas ugyan arra, hogy megjósoljuk a jégén elcsúszó nagymama esési görbáját, de atomi méretű nagymamák esetén bizony csődöt mond. Így elképzelhető, hogy a hálózatok leírásának egy későbbi fázisában, amikor a páros kölcsönhatások adta lehetőségeket már kimerítettük, rákényszerülünk arra, hogy csoport-kölcsönhatásokat vezessünk be. Ilyen csoport-kölcsönhatások már ma is használatosak a társadalmi hálók leírása során (Degenne és Forse, 1999). A csoport-kölcsönhatásokat felfoghatjuk egyfajta kölcsönhatási felhőnek is. A páros kölcsönhatások felől a kölcsönhatási felhők felé történő elmozdulás hasonló szemléleti váltást jelent, mint amikor a klasszikus fizika felől a leírás a kvantummechanika hullámfüggvényei felé mozdult el (Schrödinger, 1935).<sup>5</sup>

<sup>5</sup>Az ötletért köszönettel tartozom a LINK-csoport tagjának, Kovács Istvánnak.

A skálafüggetlen viselkedést már nagyon régóta használja a fizika a kísérleti tények általános összefüggéseinek leírására. A modellt először Kohlrausch (1854) alkalmazta több mint 150 évvel ezelőtt a Leideni palackok kisüléseinek magyarázatára. Az első skálafüggetlen fokszám-eloszlást negyven éve, de Solla Price (1965) írta le, aki tudományos cikkek idézettségét vizsgálta meg. Azóta skálafüggetlen hálózatok százait írták le a fizika, a biológia, a társadalomtudományok és a mérnöki tudományok minden területén (Barabási, 2003). A skálafüggetlenség sok-sok kutató mindennapi életének részévé vált.



### **Allometrikus törvények: az egér-elefánt görbe.**

Az allometrikus törvények a tapasztalati úton megalkotott skálafüggetlen törvények leghíresebbjei. E törvények számos olyan összefüggést írnak le, amelyek a sejtek, szervek és élőlények tömege és más tulajdonságai (pl. anyagcserejének sebessége) között teremtenek széles határokon belül érvényes kapcsolatot. Az allometrikus törvényeket a korábban már említetthez hasonló  $P = kM^\alpha$  egyenlet írja le, ahol  $P$  az adott tulajdonságot jelöli,  $k$  egy állandó,  $M$  a tömeg és  $\alpha$  a hatványkitevő, amely a legtöbb esetben  $\frac{3}{4}$ . Az allometrikus törvények legelső és leghíresebb változatában, a Kleiber-törvényben (1932)  $P$  az alapanyagcsere sebessége, azaz annak az energiának a mértéke, amely időegység alatt az adott élőlény életben maradásához szükséges. E skálafüggetlen összefüggés egy kisebb szakaszát gyakran „egér-elefánt görbének” is szokták nevezni, jelezve ezzel azt, hogy az egyenest adó összefüggés az egértől az elefántig minden állatra egyformán érvényes. Nemrég ugyanezt az összefüggést az egérenél sokkal kisebb tartományokra is ki lehetett terjeszteni, amikor az érvényességét bizonyították a sejtekre, a sejtsejtszervecskékre (pl. mitokondriumokra), sőt az egyedi enzimekre is (West és mtsai, 2002). A törvény azért is került az érdeklődés középpontjába, mert egyszerű geometriai megfontolásokból (az anyagcsere felületfüggő, míg a tömeg térfogatfüggő) az  $\alpha$  kitevő értékére  $\frac{2}{3}$  adódna a valóságban érvényes  $\frac{3}{4}$  helyett. A  $\frac{2}{3}$ -tól a  $\frac{3}{4}$ -felé történő elmozdulást az élőlényekben általánosan jelenlévő fraktálszerű transzportrendszerekkel lehetett megmagyarázni (West és mtsai, 1997). E jelenségről bővebben a 8.2.-es fejezetben fogok írni. Ugyanakkor minden modellnek meg vannak a maga korlátai. Így az allometrikus törvények általánosítása során is vigyázni kell a részletekre (Dodds és mtsai, 2001).

Az 1. Táblázat néhány hálózat fokszám eloszlásának hatványkitevőjét foglalja össze. A meglehetősen hosszú lista célja nem az, hogy a hatványkitevővel jellemezze a hálózatokat, és valamilyen csoportokat definiáljon „meredek” és „lapos” eloszlású hálózatokból. Ez nagyon nem lenne helyénvaló legalább két okból: egyrészt a hálózatok nagyon sok más olyan tulajdonsággal (pl. az elemek száma, a kölcsönhatások száma, az átlagos fokszám, a hálózat átmérője, a csoportterösségi együtttható, az összeválogatódás mértéke, stb. – az egyes kifejezések magyarázatát ld. a 14.3.-as fejezetben, a Fogalomtárban) rendelkeznek, amelyek legalább olyan jól jellemzik őket, mint a fokszám eloszlás. Másrészt a legtöbb hálózat fokszám eloszlása több kitevővel is rendelkezik, azaz más és más kitevők érvényesek különböző fokszám tartományok esetén. Sok hálózat fokszám eloszlása exponenciálisan lecseng egy bizonyos érték után, azaz a nagyon-nagyon sok szomszéddal rendelkező csomópontok száma nem nagyon-nagyon kevés, hanem még annál is kevesebb, praktikusán nulla. Ezen esetek közül csak néhány szerepel az 1. Táblázat adataiban. Így a Táblázat adatai csak arra valók, hogy lássuk: milyen széles hálózat tartományra igaz a skálafüggetlen fokszám eloszlás jelensége. Az adatok nagyon szépen megmutatják, hogy a hálózatok különbözősége ellenére bizonyos tulajdonságaik meglepően egységesek.

## 1. Táblázat. Néhány skálafüggetlen eloszlás hatványkitevője\*

Az eloszlás neve	Kitevő**
<b>Atomi hálózatok</b>	
Fehérje domének atomhálózata	1,6-2,5
<b>Molekuláris hálózatok</b>	
Élesztő géneexpressziós hálózata	1,4-1,7
Élesztő fehérje-fehérje kölcsönhatási hálózata	1,5-2,5
<i>Escherichia coli</i> baktérium anyagcsere hálózata	1,7-2,2
Emberi fehérje-fehérje kölcsönhatási hálózat	1,7
<b>Biológiai hálózatok</b>	
Táplálékláncok (ökoszisztémák) fokszáma	1
<b>Társadalmi hálózatok</b>	
Tudományos együttműködés megoszlása	1,2-2,5
Email üzenetek megoszlása	1,5-2
A városok méreteloszlásának Zipf törvénye	2
Telefonhívások megoszlása	2,1-2,3
Színészek együttes fellépése	2,3
A vagyoneeloszlás Pareto törvénye	2-3
Emberi szexuális kapcsolatok gyakoriság-megoszlása	3,2-3,4
A tudományos produktivitás Lotka törvénye	2
<b>Információs hálózatok</b>	
www (be- és kimenő kapcsolatok megoszlása)	2,1-2,7
Szavak együttes előfordulása	2,7
Tudományos idézettség megoszlása	3
<b>Technológiai hálózatok</b>	
Számítógépes programcsomagok szerkezete	1,4-1,6
Internet szerkezete	2,5
Elektromos mikroáramkörök kapcsolatrendszere	3
Áramhálózatok szerkezete	4

\*A Táblázat példáit a következő kitűnő könyvekből és összefoglaló cikkekből merítettem: Albert és Barabási (2002), Barabási (2003), Barabási és Oltvai (2004), Dorogovtsev és Mendes (2002), valamint Newman (2003). Az emberi hálózatok adatai Chen és mtsai (2003), valamint Bortoluzzi és mtsai (2003) munkájából származnak.

\*\*A hatványkitevő a korábban ismertetett  $V = kT^{-\alpha}$  összefüggésből származik, ahol  $V$  a valószínűséget jelöli,  $k$  egy állandó, és  $T$  a hálózat adott elemének a fokszáma. A táblázatban az  $\alpha$  hatványkitevőnek az irodalmi adatok alapján vett intervallumát tüntettem fel.

Miért ennyire általános a skálafüggetlen foksám eloszlás a legkülönbözőbb hálózatok esetén? A skálafüggetlen eloszlás első magyarázata Herbert Simon (1955) nevéhez kötődik. Simon a Pareto (1897) által talált tapasztalati összefüggésre kereste az elméleti magyarázatot. A Pareto-törvényt szokás 80-20 szabálynak is mondani, ami arra utal, hogy az emberek egy meglehetősen kis hányada (20%-a) birtokolja a rendelkezésre álló vagyon túlnyomó többségét (80%-át) bármely országban (Vilfredo Pareto eredetileg a törvényét a saját hazájára, Olaszországra fogalmazta meg). Simon (1955) arra mutatott rá, hogy ez az egyenlőtlen eloszlás a „gazdag még gazdagabb lesz” hatásból következik.<sup>6</sup> A hatás arra utal, hogy annak az esélye, hogy egy meglévő

<sup>6</sup>A „gazdag még gazdagabb lesz” hatást „Máté-hatásnak” is szokás hívni a szociológiában (Máté evangéliuma után, amelyben a következő rész szerepel „Mert mindenkinek, a kinek van, adatik és megszorítottatik...”; Máté 25:29; Merton, 1968). Ugyanezt a jelenséget de Solla Price kumulatív

vagyont egy adott egységgel tovább gyarapítsunk, sokkal nagyobb, semmint annak, hogy ugyanazt az egységnyi vagyont a nulláról indulva összehozzuk. (Ugyanez érhető tetten a „Hogyan szereztem meg az első milliómat?” történetekben, amelyek azt jelzik, hogy a második és sokadik millió megszerzése már sokkal kisebb, kevésbé sztori jellegű erőfeszítés.<sup>7</sup> „Péter, ezt engedtesseék nekem majd akkór elhinnem, ha látom.” Rendben Kekecke. Kössünk egy üzletet: te megszerzed a három milliód, én meg jövök egy jó konyakért hozzád a harmadik után.)

1999-ben Barabási és Albert egy igen egyszerű és elegáns matematikai módszert adott a skálafüggetlen hálózatok létrehozására. Az ötlet, amit felhasználtak a preferált kapcsolódás volt. Barabási szakított azzal a hagyománnyal, amely a hálózatokat az Erdős-Rényi-féle random gráfokból (Erdős és Rényi, 1959; 1960) a kapcsolódások átrendezésével vezette le (ld. pl. Watts és Strogatz, 1998), és a hálózatait a nulláról építette fel. A felépítés során azonban a „régebben” ott lévő, már eredetileg is magasabb fokszámmal rendelkező elemekhez történő kapcsolódás volt a preferált. E modellben a gazdag tényleg gazdagabb lett. Barabási és Albert (1999) a modell leírása mellett megmutatta, hogy a modellben kapott skálafüggetlen fokszám eloszlás a hálózatok széles körére (hollywood-i színészek hálózata, a World-wide-web és az amerikai elektromos távvezetékek hálózata) igaz. A munkájuk a gazdag még gazdagabb elv egy újabb változatát hozta be a köztudatba: a népszerűség vonzó. Barabásiék munkája méltán lett népszerű, hiszen a hálózatok egy újabb, meghatározóan fontos tulajdonságának általánosságára mutatott rá.



### Hogyan készítsünk skálafüggetlen hálózatokat?<sup>8</sup> Vagy más

megfogalmazásban: mit preferál a preferált kapcsolódás? Az új elemek belépésekor nemcsak a már korábban létező fokszámot részesíthetjük előnyben (Barabási és Albert, 1999), hanem az elemek „jóságát” (fitness-ét; Bianconi és Barabási, 2001b; Caldarelli és mtsai, 2002) is.

- Nem minden preferált kapcsolódás vezet skálafüggetlen hálózatok kialakulásához. Ha az elemek jó-ságának különbsége magas, és némelyik elem sokszorta több elemet vonz, mint bármelyik másik, akkor a „nyertes visz mindent” esete áll elő, és egy csillaghálózat alakul ki. A csillaghálózatban az egyik elemhez kapcsolódik szinte az összes többi elem (Albert és Barabási, 2002). Másfelől gyenge preferenciák vagy a hálózat öregedése (ahol az elágazások és a csomópontok kapcsolatokat nemcsak nyernek, hanem veszítenek is, ahogy a hálózat egyre öregebb lesz), és növekedési korlátok a fokszám eloszlást egy idő után az exponenciális irányba letörik (azaz: igen nagy fokszámú elemek már a nagyon-nagyon kis valószínűség helyett ennél még kisebb, praktikusán nulla valószínűséggel fordulnak elő a hálózatban; Albert és Barabási, 2002).
- A skálafüggetlen hálózatok kialakításának másik módja a „megkettőzés és divergencia” módszere: itt az eredeti hálózatot először lemásoljuk, majd a két „főkhálózatban” a kapcsolatokat külön-külön fokozatosan átrendezzük. A hálózatok funkcióját tekintve a megkettőződés és az azt követő divergencia gyakran a degeneráltság állapotához vezet (ez

---

előnynek (de Solla Price, 1965), Makse és mtsai (1995) pedig korrelált perkolációnak hívta. A magyar népszerű megnevezés vulgáris, de igen találó módon a jelenséget a kutyák kollektív ürítési szokásaival jellemzi, amelynek idézését azonban a fenti kontextus után nem érzem illendőnek.

<sup>7</sup>Nagy inflációval bíró országokban persze az első millió megszerzése is eléggé banális. Csak kellő türelemmel várni kell...

<sup>8</sup>A valós életben a bennünk működő és minket körülvevő hálózatok már igen sokszor kialakultak, így „felépítésük” szabályait a leginkább átalakulásaik során tudjuk tanulmányozni. Ennek legfontosabb példáit a 4.4. fejezetben fogom felsorolni.

alatt most nem valami elmebajt kell érteni, hanem azt, hogy a két fiókhálózat hasonló funkciót tölt be, de kissé máshogy; a jelenséggel részletesebben az 5.4.-es fejezetben fogok foglalkozni). A megkettőződés és az azt követő divergencia a hálózatok evolúciójának egy igen gyakran megfigyelhető módja volt. Ennek részletes tárgyalására a 7.2. fejezetben kerül majd sor (Sole és mtsai, 2002; Vazquez és mtsai, 2002).

- Ahogy korábban említettem, a hálózat elemei közötti kapcsolatok kiépítése és fenntartása energiaigényes folyamat. (Aki ebben csak egy pillanatra is kételkedik, gondoljon vissza arra, amikor a legutóbbi karácsonyi levelezőlap-áradatát megírta. Ahogy sejtem, kb. a tizedik lap után elkezdte átkozni a pillanatot, amikor ennyi baráttal verte meg sors...) A fentieket figyelembe véve nem meglepő, hogy a hálózatok topológiája egy optimalizálási folyamat eredménye. A hálózat felépülése a rendelkezésre álló források mértékét figyelembe véve optimalizálja a hálózat különböző részei közötti információcserét. Ha a hálózat végtelenül gazdag környezetben él, a kialakuló eloszlás véletlenszerű, random. A skálafüggetlen eloszlás lesz a jellemző a véges, de nem rendkívül kicsi források közepette élő hálózatokra. Ha a források tovább szűkülnek, a hálózatok topológiája a már említett csillaghálózattá alakul át (Amaral, 2000; Sole és mtsai, 2003a; Wilhelm és Hanggi, 2003). Ezeket a változásokat Vicsek Tamás és munkatársai (Derényi és mtsai, 2003; Palla és mtsai, 2004) munkája nyomán a hálózatok fázisátmeneteinek hívjuk. Részletes tárgyalásukra a 4.4.-es fejezetben kerül majd sor.

Mi az előnye a skálafüggetlen fokszám eloszlásnak? Ahogy az előző részben említettem, a kicsiny világ hálózatok a szabályos rácsok és a véletlenszerű (random) hálózatok között helyezkednek el. A szabályos rácsok fokszáma minden elemre azonos. A random gráfok fokszám eloszlása Poisson-eloszlást követ (Erdős és Rényi, 1959; 1960), amely rendelkezik egy legjellemzőbb fokszámmal, és ahol az ennél magasabb fokszámok esetén a megjelenés valószínűsége rendkívül gyorsan csökken. A skálafüggetlen fokszám eloszlás a rácsok és a random gráfok eloszlása között helyezkedik el, és a kicsiny világ hálózatokhoz hasonlóan ugyancsak könnyű tájékozódást és hálózaton belüli forgalmat biztosít (Barabási, 2003; Bollobás, 2001; Watts és Strogatz, 1998).

A skálafüggetlen hálózatok egy további előnye, hogy a hálózat sokkal érzékenyebb választást tesz lehetővé, mint a random gráfok (Bar-Yam és Epstein, 2004). Ez egy nagyon fontos tulajdonság lehet éppen azon körülmények között (viszonylag szűkebb források), ahol a skálafüggetlen topológia kialakulása (majd versenye) várható.

Az utóbbi bekezdés már a széles elterjedés másik fontos elemére, a fennmaradásra is utal. Nem elég ugyanis egy hálózati forma előnyösségéhez az, ha a megjelenése „gazdaságos” vagy „kedvező”. A hálózatnak fenn is kell maradnia. A fennmaradás egyik fontos mércéje a hibákkal szembeni ellenállóság. A leggyakoribb az olyan véletlenszerű hiba, amely tönkreteszti a hálózat egy, vagy több elemét. A skálafüggetlen hálók ebből a szempontból is jól vizsgáznak. A skálafüggetlen hálózatok sokkal ellenállóbbak a véletlen hibákkal szemben, mint a random gráfok (Albert és mtsai, 2000).<sup>9</sup> Az eddigiekből nyilvánvalóvá vált, hogy a skálafüggetlen hálózatok mikor, hogyan, és miért alakulnak ki, és miért képesek hosszú ideig fennmaradni. A fejezet soron következő részében azt fogom bemutatni, hogy miért olyan népszerűek. Miért szeretjük a skálafüggetlen hálózatokat?

<sup>9</sup>A skálafüggetlen eloszlás térbeli megjelenési formájának, a fraktáloknak a hibák iránti ellenállóságát West is leírta 1990-es cikkében.

A skálafüggetlen hálózatok meglepően általános eloszlása és a kialakulásuk erős függése a kezdőfeltételektől felveti azt az elképzelést, hogy a skálafüggetlen eloszlás a világegyetem önszerveződéséből következik. A skálafüggetlen eloszlás minden bizonnyal összefügg az élet megjelenésével és fennmaradásával (Kauffman, 2000). Ha egy elképzelés ilyen általános és fontos összefüggésekhez vezet el, és ha bizonyítása ennyire egyszerű (ahol az egyszerűség persze csak látszólagos, hiszen mint mindenütt, itt is az ördög a részletekben van elrejtve), nem csoda, hogy a skálafüggetlenség a kutatók széles körének felkeltette a figyelmét. A skálafüggetlenség tehát a kutatói körökben méltán népszerű. Ugyanakkor a skálafüggetlenség általános népszerűsége ennél sokkal szélesebb és mélyebb alapokon nyugszik.

Mindannyian tudatában vagyunk annak, hogy milyen értékes osztálytársaink, munkatársaink, rokonaik és ismerőseink kapcsolati tőkéje. Szerencsés flótás! Sok száz barátja van. Csak felemeli a telefont, és minden problémája megoldódik egy perc alatt. „*Azt hiszem, Péter ezt a részt nem kifejezetten rólam írtad.*” Kedves Keckeckém, nem *minden* rész szól ebben a könyvben rólad. Például, amikor a kutyák ürítési szokásairól írtam, remélem azt sem vetted magadra... Ne keseredj el. A kapcsolatszegénység nem a te hibád. A kapcsolat-matadorok a társadalmi hálózatok természeténél fogva ritkák. Ők alkotják a skálafüggetlen eloszlás farkát (mármint azt a részét, ahol az előfordulás valószínűsége igen-igen kicsivé kezd válni). Valahol ez az eloszlás is benne van a mindennapi gondolatainkban. Ugyanakkor nagyon ritka az az ember, aki az őt körülvevők kapcsolati térképét is a fejében őrizgeti. A harmadik körnek (a barátok barátai barátainak) meg már a megismerése is szinte lehetetlen. Ráadásul ugyanazok a kognitív korlátok akadályozzák ennek a reménytelenül elburjánzó hálónak az észben tartását, amelyekről már korábban említést tettem, és amelyeket a 10.2.-es fejezetben fogok részletesen kifejteni (Dunbar, 2005). A skálafüggetlen hálózatok iránti természetes érzékünk tehát *nem* a fokszám-eloszlásból táplálkozik. A megoldást a tér- és az időérzékelésünk adja meg.

A természetes formák skálafüggetlen térkitöltést mutatnak. Ezt az ön hasonlóságot, amelyet fraktál tulajdonságnak nevezett, Benoit Mandelbrot (1977) kb. 25 évvel ezelőtt foglalta össze korszakalkotó könyvében. A fraktálok legszebb példái közül azonban jó néhány túl kicsi (pl. a hópihe) vagy túl nagy (pl. a Norvég fjordok partvonala), hogy szabad szemmel észrevegyük. Ugyanakkor a minket körülvevő fák, felhők, vagy hegyek mind-mind olyan képek, amelyek kisgyermek korunk óta belevésődtek a tudatunkba, és a megszokott, ismerős környezetet jelképezik.<sup>10</sup> A skálafüggetlenség, az ön hasonlóság, a fraktálszerű térkitöltés, anélkül hogy tudatosan gondolnánk rá, életünk fontos részévé vált. Nem meglepő tehát, hogy ismételt vizsgálatok során a fraktálszerű képeket a válaszadók sorozatosan szebbnek találták (Hagerhall és mtsai, 2004; Spehar és mtsai, 2003).

A legkülönbözőbb rendszerek nemcsak a térben, hanem az időben is skálafüggetlen viselkedést mutatnak. Annak a valószínűsége, hogy a hálózatban egy magas fokszámmal rendelkező csomópont bukkanjon fel éppen olyan, mint egy valószínűtlen esemény bekövetkezése nagyon sok természetes folyamatsorban. A legrégebben

---

<sup>10</sup>Kivéve persze a modern kisgyermeket, aki fát a számítógépes játékban, hegyet a kalandfilmben, és felhőt a szupermarket festett mennyezetén lát szinte egyedül.



tanulmányozott példa erre a földrengés. A Gutenberg-Richter törvény azt fogalmazza meg, hogy a földrengések előfordulási valószínűsége és nagyságrendje külön-külön egyformán skálafüggetlen eloszlást követ (Gutenberg és Richter, 1956). Szerencsénkre nagy földrengések ritkán fordulnak elő, még nagyobbak még ritkábban. Valahol tudjuk ezt, de kevésbé érezzük, különösen olyan tektonikailag hála Istennek nyugodt országban, mint Magyarország. Ugyanakkor van egy nagyon hasonló, de sokkal gyakoribb skálafüggetlen jelenség az életünkben: az eső. A Gutenberg-Richter törvényhez nagyon hasonlóan mind az eső gyakorisága (a száraz időszakok hossza), mind az eső mértéke skálafüggetlen eloszlást követ (Peters és Christensen, 2002). Földművelő őseinknek az egyik legfontosabb hír az volt az életében, hogy mikor és mekkora eső volt vagy lesz. Nyilvánvaló, hogy a skálafüggetlen eloszlás szabályszerűségeit a zsigereikben kellett éreznük.



**A Noé hatás.** Mandelbrot (1977) a kis valószínűséggel bekövetkező eseményeket Noé hatásnak hívta a bibliai özönvízre utalva, ami szerencsére nem gyakran következett be az emberiség életében. Ha jobban megszemléljük, Noé esete nem biztos, hogy a felhőszerkezet legjobb példája, ugyanis Ryan és Pitman -1998 – feltételezése szerint a bibliai özönvíz akkor következett be, amikor a Földközi tenger áttört a Boszporuszon, és elöntötte a Fekete tenger medencéjét. *“Péter, azt hiszem itt megint sikerült egy hülyeséget leírnod. Nemrég adatok azt igazolják, hogy ez a nagy ‘áttörés’ nem a bibliai 40 nap alatt, hanem 33 év – ha nem több – leforgása alatt következett be (Schiermeier, 2004).”* Wow. Ez szép volt Barátom! Gratulálok a hivatkozáshoz. Mindazonáltal arra kérek, képzelj el egy pillanatra, hogy kedvenc tavad 150 méterrel a fejed fölé nő, mielőtt a gyermekeid elérik a Krisztusi kort. Nem túl biztató kilátások lennének ugye?

A 21. században élünk.<sup>11</sup> Nagyon kevesen vannak közülünk, akik valaha a kiszáradó termés miatt töltöttek el jópár álmatlan éjszakát. A világkereskedelem egészen jól véd az időszakos szárazságok ellen. *Valahol* a Földön csak esik az eső. Az eső maximum a nyári pihenés elrontója szokott lenni a Nyugati civilizáció népeinek. Van azonban egy ennél is jobb jelenség arra, hogy az időbeli skálafüggetlenség fontosságát bemutassam. A Bernoulli-törvény. Nem-nem. Nem az a Bernoulli-törvény, ami érettségi anyag (már ahol...), ami az áramlásokat megmagyarázva segít nekünk megtervezni a repülőgépet, hajót, autót és mindent, ami suhanásra termett. Én most egy ennél fontosabb Bernoulli törvényről beszélek. A szent-pétervári paradoxonról, amelyet szintén Daniel Bernoulli, a XVIII. századi bázeli Bernoulli trió legtehetségesebb tagja alkotott.

Ahogy Bernoulli a cár, és kedves barátja, a híres matematikus, Euler vendégeként Szent Pétervárott tartózkodott, az érmedobálás nyerési esélyein gondolkodott. *“No most értettem meg! Most értettem meg, hogy miért utáltam mindig a Bernoulli törvényt fizikából. Ez az ember nem volt komplett. Minek ezen gondolkodni? Egy érmének két oldala van. A nyerési esély 50%. Nem kell ahhoz valami híresnek lenni, hogy erre az ember rájöjjön, még ha az elmaradott XVIII. században él, akkor sem.”* Kedves Kececkém, valahol megint igazad van. Mindazonáltal hadd figyelmeztesselek először arra, hogy ez az „elmaradott” XVIII. század adott nekünk egy Mozart-ot, hogy most millió másról ne is beszéljek. Másodszor be kell, hogy jelentsem, hogy a Kecec-kontra-Bernoulli érmedobási versenyben

<sup>11</sup>Ha a tisztelt Olvasó ezt a korszakos könyvet a 22. században olvassa, kérem, ne vegye magára a kijelentést. A többes szám első személy az Íróra, Kececkére és a LINK-csoport többi tagjára vonatkozik. ☺

Bernoulli győzött. Már megint nem voltál ugyanis elég türelmes. Bernoulli nem az átlagos nyerési esélyen gondolkodott, ami tényleg, gondolkodás nélkül is 50%, hanem a kumulatív nyerési esélyen, azaz azon, hogy hol kell abbahagyni az érmedobálást, hogy az addig megszerzett nyereség maximális legyen. Ugye ez a felvetés valamivel életszerűbb? Na mit gondolsz mi volt a válasz? *“Nem mondom komolyan...”* De bizony! Skálafüggetlen megint. A valós életben nyerési és veszteségi szériák követik egymást. Minden kaszinó becsukhatna, ha a vörös és a fekete a ruletten alternálva jönne ki. A valós (az izgalmas) szerencsejátékokban mindig nyerhetünk egy nagyságrenddel többet – de ennek a valószínűsége éppen egy nagyságrenddel kevesebb (Bernoulli, 1738).



**A skálafüggetlenség, mint térbeli és időbeli optimum.** A Bernoulli-féle megfigyelés az érmedobálás nyerési esélyeinek skálafüggetlen tulajdonságairól nagymértékben emlékeztet a korábban említett „Kleinberg-feltételre”, amely azt mondta ki, hogy optimális keresési feltételek esetén mindig lesz egy véges esélyed arra, hogy találj egy barátot egy nagyságrenddel távolabbi területen, de ennek az esélye éppen egy nagyságrenddel kisebb (Kleinberg, 2000). Ennek mintájára megfogalmazható esetleg egy „Bernoulli-feltétel” is: optimális játékfeltétel az, ahol a nyerési esély éppen skálafüggetlenül alakul.



**Skálafüggetlen-e a jó játék?** A fenti „Bernoulli-feltétel”-ből egy sor kérdés következik: vajon tényleg csak azok a szerencsejátékok, kártyajátékok, társasjátékok az igazán izgalmasak, amelyekben a nyerési esély skálafüggetlen eloszlást mutat? Lehet, hogy a foci, a kosárlabda, a tenisz és más játékok szabályainak alakulásában tetten érhető az a nem tudatos igyekezet, hogy a nyerési esélyeket a skálafüggetlen eloszláshoz közelítsék? Mindezek a kérdések számos további izgalmas vizsgálat kiinduló pontjai lehetnek.<sup>12</sup>



**A József hatás.** Mandelbrot (1977) a valószínűségek csoportosulását József hatásnak hívta, József bibliai történetére utalva, ahol a bőség hét esztendejét a nélkülözés hét esztendeje követte Egyiptomban. A Nílus áradásainak csoportosan magas és alacsony előfordulásai kellő alapot adnak ennek a történetnek (Mandelbrot, 1977). Elképzelhető, hogy minden skálafüggetlen jelenség esetén kimutatható az egyébként kevésbé valószínű események csoportosulása. Persze ez csak néha következik be. Mikor? Valószínűleg skálafüggetlen eloszlás szerint... (Rendben!!! Látom, Keckecke, hogy nagyon ráncolod a homlokodat. Igazad van. Ideje abbahagynom...)

Az egyre növekvő nyereségek egyre csökkenő valószínűsége visszavezet bennünket a skálafüggetlen eloszlás keletkezésének Barabási és Albert (1999) által bemutatott szabályaihoz. A kettő közötti kapcsolatot hadd mutassam be Benjamin Franklin egyik híres mondásával:

“Egy kis nemtörődomség katasztrófához vezethet: a patkószög hiánya miatt a patkó is elveszett, a patkó hiánya miatt a ló is elveszett, a ló hiánya miatt a lovas is elveszett...”, amelyet a népnyelv a tovább folytatott: “...a lovas hiánya miatt a csata is elveszett, a csata hiánya miatt a királyság is veszett, és mindennek oka egy patkószög hiánya volt!”

<sup>12</sup>Az ötletért köszönettel tartozom a LINK-csoport tagjának, Kovács Istvánnak.

A fenti mondás (és különösen a népnyelv érzéke a kiegészítéshez) nagyon jól mutatja, hogy mennyire bennünk él az érzék a valószínűségek nagyságrendjei iránt. Valóban az egymásra épülő részfeladatok sikeres (vagy mint a példában: sikertelen) megoldása igen gyakran skálafüggetlen valószínűségekhez és a végső siker (vagy sikertelenség) a fentiekben bemutatott csoportosulásához vezet (Montroll és Shlesinger, 1982; Shockley, 1957). Ugyanez a tulajdonság az alapja az előzőekben említett Pareto-törvénynek is, ahol az ország lakói közötti skálafüggetlenül egyenlőtlen vagyoneeloszlás is az élettörténetekben egymásra épülő sikeres (vagy sikertelen) cselekedetek összesített eredménye (Pareto, 1897).



### **Bernoulli és a fedezeti (bet-hedge) alapok.** Keckeckém most figyelj! Attól

tartok most fogom végleg porba döngölni azt az állításodat, hogy Bernoulli egy buta, de legalábbis léha fickó lett volna. Ha azt mondom neked, hogy Bernoulli mester sétája a Néva parton és közben az ezüstrubelek folyamatos dobálása komoly tudományos munka volt, akkor azt hiszem, tiltakozol (*élenk, bólogatás a Szerző baloldálán*). Tévedsz. A rubeldobálás NAGYON produktív lehet. Bernoulli a pénzdobálásos eredményeinek elemzése közben bevezette a fedezeti ügylet fogalmát (Bernoulli, 1738), ami a kockázatsökkentésnek ma is egyik legjobban bevált eszköze. A fedezeti ügylet során az eredetileg rendelkezésre álló vagyonunkat részekre osztjuk, és így, szakaszosan kezdünk bele a kockázatos vállalkozásba. A szakaszos megközelítés a nyerő (és vesztes) szériák előnyösebb (simább) kihasználásához vezet, mintha az összes pénzünket egyszerre tettük volna fel. A vagyondarabkák különböző sorsával megjelenő diverzitás igen hasznos tehát. A Bernoulli által kitalált fedezeti ügylet rendkívül sikeres karriert futott be az evolúciós stratégiák magyarázatában és a modern közgazdaságtanban egyaránt. A fedezeti ügyletek és a diverzitás összefüggésére a 7.2. fejezetben még vissza fogok térni. A történet egyik tanulsága a diverzitás tisztelete. A másik pedig, hogy akármilyen cselekedetből lehet tudományos felismerés, ha nyitott elmével, kellő alapossággal, tudományos igényességgel és saját ötletei iránti óriási kritikai érzékkel közelíti meg az ember. A legutóbbiban már profi vagy Keckecke. A többiben? Ahogy látom, az sem reménytelen.

Bernoulli (1738) igazán dobálhatna ma is eurósokat valahol. A XXI. századi élet egyre inkább hasonlít egy szerencsejátékra. Egyre több kapcsolatunk van a külvilággal. Ebből következően egyre több előre ki nem számítható hatás ér bennünket. Ez szorongáshoz, félelmekhez és a kiszolgáltatottság érzéséhez vezet. A véletlen hatásokat legalább valamelyest bemérhetővé tévő szabályok, mint a skálafüggetlen valószínűség Bernoulli törvénye segítenek nekünk az elvadult világ megértésében és elviselésében.

A skálafüggetlen valószínűségek megértése tehát a túlélés záloga mind az evolúció, mind a XXI. század elviseléséhez szükséges józan ész megőrzése során. Vannak-e más skálafüggetlen túlélési stratégiák? Igen. Ezeket a stratégiákat Levy-utaknak hívjuk (Levy, 1937). Amikor egy poszméh, egy albatrosz, egy szarvas, egy gyűjtögető ősember, hajléktalan, kutató vagy a nagyanyánk valamit keres<sup>13</sup>, az egyedi utak hosszának eloszlása skálafüggetlen statisztikát mutat (Viswanathan és mtsai, 1998; 1999). A legtöbb esetben a közvetlen szomszédságunkat túrjuk fel a nektár, halacska, füvecske, magvacska, kukában megbújó hamburger, a következő bekezdés idézete vagy éppen az elvesztett protézis után (rövid utak), mert ez energiakímélő. Néha azonban

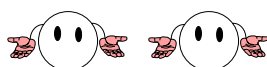
<sup>13</sup>A Levy utak nem igényelnek tudatos cselekvést. Ahogy a Szerző az asztal mellett ül és pötyögi be ezt a sort a laptopjába, vagy a tisztelt Olvasó bosszankodik a lábjegyzet kicsiny betűi miatt, mindkettőnk testében sejtek milliói tesznek éppen Levy utakat, élelmiszert, gyógyítandó sebet, vagy éppen betolakodó parazitákat keresve. A skálafüggetlenség evolucionárisan kódolt, egyetemes túlélési stratégia.

elunjuk, és sokkal odébb kezdjük el keresni ugyanazt. Nagyritkán meg egészen másutt folytatjuk a keresést.

Viswanathan és mtsai (1999) megmutatták, hogy a Levy-utak skálafüggetlen hosszúságeloszlásának alapos oka van. Ez az ok igen egyszerű. Ilyen utak biztosítják a leghatékonyabb keresést. A skálafüggetlek Levy-utak bizonyultak a leghatékonyabb stratégiának ahhoz, hogy egyszerre minimalizáljuk annak a valószínűségét, hogy ugyanarra a pontra többször is visszatérjünk (ez lenne a véletlenszerű keresés legfőbb baja), ugyanakkor maximalizáljuk az újonnan felkeresett helyek számát (ennek kicsiny értéke lenne a rácshoz kötött, Brown-mozgásszerű keresés legfőbb baja). Ismét visszajutottunk a Kleinberg-feltételhez (Kleinberg, 2000): sem a teljesen véletlenszerű, sem a teljesen szabályos nem ad optimumot. Az optimum a kettő között helyezkedik el. Éppen abban a pontban, ahol a véletlenszerű és a szabályos különféle előnyei kiegyensúlyozódnak egy képzeletbeli patikamérlegen. Éppen a skálafüggetlen statisztikában.

Itt az idő, hogy az Olvasó leüljön, lazuljon el, igyon egy korty kristálytisza vizet, vegyen egy mély levegőt, és elgondolkozzon. Hát nem szép ez? Ez nem eső, ami skálafüggetlen ugyan, elkerülhetetlen ugyan, de nem befolyásolható (az ismert kivételekkel). Nem is szerencsejáték, ami skálafüggetlen ugyan, befolyásolhatatlan ugyan, de elkerülhető (az ismert kivételekkel). Ez a skálafüggetlenség a sorsunk maga. Ha az őseink (tudják, a szépapánk, még egysejtű korunkban...) nem tanulták volna meg, hogyan keressenek skálafüggetlenül, nem ülnénk itt. Fogalmazhatok máshogy is: az a hihetetlenül sok egysejtű, amelyik nem skálafüggetlenül keresett, evolúciós selejtnek bizonyult. A skálafüggetlenség itt ül a ránk maradt világ génjeiben kimozdíthatatlanul. Ugye nem véletlen, hogy szeretjük a skálafüggetlen hálózatokat? Aki nem szereti, az nem ül már itt. A skálafüggetlenség ellenzői pár milliárd évvel ezelőtt kihaltak.

*“Péter, én itt nem értek valamit. Már szólni akartam az előző oldal lábjegyzeténél is, de annyira belejöttél a magyarázatba, hogy nem akartalak megzavarni. Azt még értem, ha az irodalomfüzetemet keresem, ami valamilyen rejtélyes oknál fogva mindig eltűnik, Levy-utakat teszek, de hogyan jut ugyanerre a következtetésre a sejt? Ugye nem mondd azt, hogy ő is tanul irodalmat, mert még sajnálni kezdem szegényt.”* A sejt nem elég komplex ahhoz, hogy tudattal rendelkezzen. Továbbmegyek. A Lévy-utak a sejteknél sokkal kisebb részecskékre is igazak, így a turbulens áramlások részecskéire (Solomon és mtsai, 1993); a szabálytalan pórusrendszerekben diffundáló anyagokra (pl. Knudsen-diffúzió; Gheorghiu és Coppens, 2004; Stapf és mtsai, 1995) és az elektronok pályáira is (Geisel és mtsai, 1985; Micolich és mtsai, 2001). A Lévy-utak a legkülönbözőbb rendszerek egy olyan általános tulajdonságának tűnnek, amelyek a rendszer szerveződésének számos különböző elemén egyformán megjelentek. A következő fejezetben fogok szólni a hálózatok egymásbaágyazottságáról. Kérlek, majd ott gondolj vissza a Levy-utakra mint ennek egyik szép példájára. A Levy-utakra magukra a 10.3. fejezetben, a fraktálszerű építészeti kapcsán még vissza fogok térni.



**A Levy-utak és a relaxáció.** A hálózatok zavartűrő képességéről, relaxációjáról a 4.2. fejezetben fogok részletesen írni. Valószínű, hogy a Levy-utak

megjelenése összefügg a hálózatoknak azzal a képességével, hogy mennyire tudják szétosztani a beérkező zavart, azaz a relaxációjuk mértékével. Ha a hálózat forrásszegény környezetben él, az az érdeke, hogy minden környezeti forrást megőrizzen, hiszen nélkülük a hálózat nem tud átalakulni, fejlődni. Azaz: a hálózat relaxációja gátolt lesz, a hálózat nem teríti szét a forrásokat, hanem felhasználásra készen egyben tartja őket. Gátolt relaxáció esetén az önszerveződő kritikus állapot skálafüggetlen jelensége lép fel (részletesebben ld. a 4.2. fejezetben), amely skálafüggetlen Lévy-utak megjelenéséhez vezethet (Bak et al., 1987; Bak és Paczuski, 1995; Bak, 1996; Bonn és Kegel, 2003). Ennek következményeként a hálózat a kialakuló Lévy-utakkal nagy hatékonysággal deríti fel a környezeti forrásokat. Ha a hálózat forrásgazdag környezetben él, az az érdeke hogy ne telítődjön a környezet forrásaival. Ezért a relaxációja nem gátolt, és ebből következően a keresés a skálafüggetlen Lévy-utak helyett közelebb állhat a véletlen bolyongáshoz, azaz a hálózat nem „törődik” azzal, hogy hatékonyan találja meg a környezet forrásait. E szerint az elmélet szerint minden tudatosság, vagy különlegesebb mechanizmus nélkül, az forrásleadás szabályozása (gyors vagy lassú relaxáció) önmagában, „automatikusan” vezet a kevésbé hatékony (bolyongásos), vagy hatékonyabb (Lévy-utas) keresési formák megjelenéséhez.



**A makroszkópikus hálózatok Lévy-útjai.** *“Péter, ha mindaz igaz, amit itt ilyen szépen elmondtál, a társadalmi hálózatoknak, vagy az ökoszisztémáknak is vannak Lévy-útjai? Továbbmegyek. Mit keres Gaia? Ő hova bolyong?”* Kecekém, csak gratulálni tudok. Ezek igen szép kérdések voltak. Fogalmam sincs, mi a válasz. Ha valaki segíteni tud, várom a jelentkezését az Előszó végén megadott címen.

Amikor az embergyerek megszületik, nagyon buta, és nagyon védtelen. Roppantul rugalmas agya van, ami segíti a lehető legváratlanabb helyzetekben a túlélését (erre alakult ki), de ez egyben azt is jelenti, hogy az emberkölyök nagyon kevés kész választ hoz magával. Ha a skálafüggetlenség helyes megérzése ennyire fontos a túléléshez, mit találtunk ki arra, hogy mindezt begyakoroljuk?<sup>14</sup> Meglepő lesz a válasz. A zenét. A hangerő, a ritmicitás és a tonalitás változásai skálafüggetlen statisztikát követnek az összes klasszikus és népzeneben Bachtól Mozartig és a pigmeusoktól az amerikai indiánokig mindenütt. A modern zene is skálafüggetlen a Beatles számoktól a dzsesszig bárhol. Itt is érvényes a skálafüggetlenség optimuma. A véletlen fluktuációk a véletlenül bekapcsolva felejtett hangszóróból előtörő sziszegéshez vezetnek. Ez meglehetősen unalmas zene. Ugyanakkor jó néhány szintetikus zene szabályos elrendeződést ad. Ezek sem sikerdarabok. Az izgalom, a szépség a skálafüggetlenségből fakad (Gardner, 1978; Voss és Clarke, 1975).

Van azért kivétel: Schönberg és Stockhausen atonális zenéje szakít az évezredes skálafüggetlen hagyománnyal (Voss és Clarke, 1975). A XX. századra esetleg rájöttünk, hogy nincs már szükségünk a skálafüggetlenség begyakorlására. Tényleg nincs? Elég nagy a jégszekrény a konyhában, hogy bonyolult keresési manőverek nélkül is megtaláljuk? Hasonlóképpen a Fukuyama-féle „történelem vége”-hez (Fukuyama, 1992), el lehet képzelni, hogy elérkeztünk a skálafüggetlenség végéhez is? Ha valaki olvasni fogja ezt a könyvet párszáz év múlva (ha párszáz év múlva bárki is fog olvasni bármit) talán tudja már erre a választ. Én személy szerint attól tartok, hogy a

<sup>14</sup>A skálafüggetlen Lévy-utak a fentiek alapján lehet, hogy ezeknek a kész válaszoknak a részét képezik. Azonban a legjobb genetikus mechanizmust is felülírhat egy rosszul programozott tudat. Így a Lévy-utakra nem árt a tudatos felkészülés.

skálafüggetlenség bármilyen elhagyása a kihalásunk felé megtett egyik fontos lépés lehet. Attól, hogy ma éppen nem kell keresnünk, holnap még rászorulhatunk. Csak az előző példánál maradva: ne feledjük a kukában megbújó hamburgert, vagy a protkót.



**Töpörített Bach.** A zene skálafüggetlen jellege ön hasonlóságot is jelent. A zene ebből a szempontból olyan, mint a fraktál, azaz különböző mértékeken megjelenő hasonló formákat jelent. Ez arra ad lehetőséget, hogy egy hosszabb zenedarabból statisztikailag helyes mintavétellel kisebb, de hasonló művet állítsunk elő. Ha egy „fél-Bachot” készítünk vagy egy „negyed-Bachot” még mindkettő felismerhetően Bach muzsika marad (esetleg a hallgatóság gyanakodni kezd, hogy a műveket a Mester egy meglehetősen zaklatott pillanatában írta, amikor az óvodányi Bach-gyermek már olyan hangerővel rikoltzott mellette, hogy már nem volt türelme a megszokott díszítésekhez). Érdekes, hogyha a Bach-redukciót pl. a C-dúr Invencióval (No. 1.) a véletelig visszük, és eljutunk egy akkorka mini-Bach-ig, amely már csak három hangjegyből áll, ez a három hang éppen az a három hang lesz, ami az egész zenemű fundamentuma (Hsu és Hsu, 1991).



**Mennyire skálafüggetlen a művészet és a játék? Mennyire skálafüggetlen a szépség és az izgalom?** A művészet és a játék segítenek bennünket abban, hogy a váratlan események hatásaira felkészülhessünk. Az első barlangrajzok nem körcsinekről, hanem veszedelmes nagyvadakról maradtak ránk. Azután, hogy a zenében felfedeztük a skálafüggetlen valószínűségek és a skálafüggetlen Levy-utak gyakorlóterepét, érdemes elgondolkodni azon, hogy vajon van-e ennek a felkészülésnek más eszköze is? Azaz, más szavakkal: mennyire általános ez? Igaz-e a többi művészeti ágra is? Találhatók skálafüggetlen elemek az épületeken, szobrokon, festményeken? Skálafüggetlen-e a Shakespeare drámák szerkezete? Hát a regényeké? A hollywood-i filmeké? A 10. fejezetben vissza fogok térni ezekre. Itt érdemes visszautalni a már korábban említett kérdésekre is. Hogyan is állunk a játékokkal? Ahol a nyerési esély mellett a Levy-utak is a skálafüggetlen megoldásokat követelhetik? Lehet, hogy bizonyos idegsejtjeink csak akkor kerülnek olyan szinkronba, amely örömet generál, ha skálafüggetlen hatások érik őket? Lehet, hogy az izgalom és széperzet a skálafüggetlen világ begyakorlását így kódolta be?



**A jó iskola – skálafüggetlen iskola.** A jó iskola az életre nevel. „Péter, muszáj ilyen borzalmas közhelyekkel traktálnod az Olvasót? Néha már egészen örülni kezdtem annak, amit írsz, aztán tessék: kjabrándítás megint.” Bocsáss meg Kecec, de sajnos megint benned van a hiba. Túl türelmetlen voltál. Hadd folytassam. Ha a jó iskola az életre nevel, és az élet egyik fontos eleme, hogy skálafüggetlen, akkor a jó iskolának is skálafüggetlennek kell lennie. (Na ugye, hogy ez jobban hangzik?) Mit értek ez alatt? Semmiképpen nem önazonos tanári kart, amelyik Bach mintájára anélkül redukálható féltanárrá vagy negyedtanárrá, hogy akárki ezt komolyabban észrevenné. A jó iskola skálafüggetlenségét a skálafüggetlen valószínűségekben kellene tetten érni. Szabályok nélkül az iskola véletlenszerű események láncolata lesz. Amellett, hogy egy ilyen iskola nem segíti elő a diákok szocializációját (túl-demokratizált, anarchikus iskola, mint pl. néhány amerikai középiskola) a „randomsuli” a skálafüggetlenségre sem nevel. Ugyanakkor a túlszabályozott iskola talán még rosszabb. Az ilyen iskola kiöli a kreativitást, nem készít fel a váratlan helyzetekre és nem csoda, hogy a tanulói sorra megbuknak a PISA-féle felméréseken,<sup>15</sup> ahol éppen nem a szóról szóra begyakorolt, szabályos alkalmazások a hasznosak. A poroszok,

<sup>15</sup>A PISA-felmérés nem a diákok tudásanyagára, hanem a megszerzett tudás alkalmazásának a képességére kérdezett rá. Ezeket a tesztekben az egyébként kiváló magyar diákok sorra alulteljesítettek.

„börtönsulik” ugyancsak károsak. A jó iskola a kettő között van: skálafüggetlen. Mit jelent ez? A jó iskolában az idő nagy részében rendben megy az élet, és a szabályok a rendkívüli eseményeket nem engedik meg. Ugyanakkor, néha a szabálytól el lehet térni, és szabályok átmeneti felrúgásában is tág teret kaphat a játékosság, a kreativitás. Ritkábban, a szabálytól gyökeresen el lehet térni, és valami egészen vad megoldás jöhet elő. Még ritkábban meg felfordulhat az egész iskola élete, és fordított nap, diákigazgató választás, vagy más rendkívüli helyzet keretében szinte minden megtehető. Mindennek persze nem szabályszerűen, hanem valamennyire spontán módon, véletlenszerűen kell történnie. Egy jó iskola a gondosan felépített skálafüggetlen véletlenek láncolata. A börtönsuli, vagy a randomnessuli egyformán messze van a skálafüggetlen jó iskolától. A diákság egyiket sem fogja szeretni. A börtönsulit azonnal megutálja, mihelyt belép a kapun. A randomnessulit lehet, hogy szereti, de semmilyen emlékképe nem fog maradni róla később. *“Péter, engedelmességet ezt könyomtatom, és kírakom a faliújságra. A földrajztanárom számára el fog jönni az igazság pillanata – ha megért ebből bármit is.”*

Végző következtetésként kimondható: a skálafüggetlenség jó dolog. Nemcsak a hajdan volt őseinket segítette abban, hogy sikeres Levy-útjaikkal legyőzzék kevésbé skálafüggetlen társaikat, hanem segít nekünk abban, hogy legyőzzük a bennünk lévő bizonytalanságot, amelyet a globalizálódó világ egyre kiszámíthatatlanabb hatásai idéznek elő. A megjósolhatatlan megszelídül: a véletlenszerű események skálafüggetlen eloszlása azt az érzetet kelti bennünk, hogy a kiszámíthatatlan mégis kiszámítható. A skálafüggetlenség valószínűleg fontos része a legtöbb szépségnek és izgalomnak, amelyek körülvesznek bennünket. Hogy a szépség, az izgalom és a skálafüggetlenség mellett még mi vesz körül bennünket, arra a következő fejezet fog választ adni.

### 3.3. Egymásbaágyazottság

A hálózatok olyanok, mint a Matrjosa-babák. Egymásban élnek. Szeretve tisztelt fizika tanárom, Holics László mondta egyszer: “Nézzétek meg ezt a pacát. Ha elég távolról nézem: pont. Ha elég közelről nézem: maga a végtelen.” Ilyenek a hálózatok is. Ha egy szinttel feljebb megyek, és az eredeti (al)hálózatomat a magasabb rendű (fő)hálózat felől nézem, akkor az alhálózat a főhálózat egyetlenegy, szerkezetnélküli elemévé egyszerűsödik. Fordítva is igaz: a főhálózat legtöbb eleme egy-egy komplex alhálózat maga. Más szavakkal: a legtöbb alhálózat az egy szinttel feljebb található főhálózatba ágyazott. A hálózatok világa olyan, mint egy végtelen hagyma, amelyről minden egyes szintet lefejtve egy újabb szint tűnik elő. A bonyolult hálózatok redukálása egy egyszerű elemmé és az újrafelfedezése a bonyolult hálózatnak egy-egy elemen belül a mindennapi gondolkodásunk kikerülhetetlen része. E nélkül a kognitív „játék” nélkül a világ megismerhetetlenül komplex maradna. Csak ilyen átmeneti egyszerűsítésekkel és nézőpontváltásokkal képes a kognitív dimenzióiban limitált agyunk befogadni és megérteni a világot. Abban a pillanatban, amikor a kiskölyök szétszedi élete első óráját, és megpillantja a belsejében a gyönyörű komplexitást: az egymásbaágyazottság érzete megszületett.



**Első találkozásom az egymásbaágyazottsággal.** A világ egymásbaágyazottságát én első ízben nem édesapám kedvenc órájának tönkretételével tapasztaltam meg. Nekem sajt jutott. Még mindig teljesen friss az az élmény bennem, ahogy hároméves természetbúvárként végtelen percek át fixírozom egy Mackósajt dobozát. Mosolyog a mackó és a kezében tart egy mackósajtot. Amin mosolyog a mackó és *megint* a kezében tart egy mackósajtot. Azon már nem mosolygott semmi, mert a kép felbontása ezen a

ponton feladta. A fantáziám azonban száguldott tovább. A szemem előtt mosolygó mackók és dobozok ezrei sorakoztak egymás után. Nem bírtam betelni a látvánnyal. Ez volt a pillanat, amikor életemben először megéreztem a végtelent. Ma már tudom, hogy az egymásbaágyazottsággal találkoztam. Az egymásbaágyazottság legalább annyira ragadós, mint a skálafüggetlenség. Ha egyszer megérezted: nem ereszt.

Az egymásbaágyazottság eléggé régen ismert fogalom a hálózatok terén. A hierarchikus viszonyok kialakulására von Bertalanffy már 1950-ben megjelent „Általános Rendszerelméletében” is nagy hangsúlyt helyezett. Feibleman (1954) egy szint működésének mechanizmusát az alacsonyabb szinteken, a szint működésének értelmét, célját pedig a magasabb szinteken találta meg. Koestler és Smythies (1969) az egymásbaágyazott hálózatokat a holonok egymásbaágyazott hierarchiájaként írta le. A holonok Janus-arcúak. Egy szinttel magasabban az alhálózat elemei megbonthatatlan holonként viselkednek. Ugyanakkor, ha egy szinttel alacsonyabbra megyek, a holon az alhálózat egymáshoz kapcsolt elemeire esik szét. Eldredge (1985) az egymásbaágyazottságot genealógiai, történeti és ökológiai hierarchiaként fogta fel, és a fajok egymásbaágyazott fejlődésének történetéből vezette le. Az egymásbaágyazottságot Oltvai és Barabási 2002-es rövid összefoglalója is igen szemléletesen jelenítette meg.

Hogyan született meg az egymásbaágyazottság? Honnan tudják a hálózatok, hogy ideje visszafogni magukat, és szerény elemként egy nagyobb hálózat részévé válni? Nagyon gyakran a hálózatok egymásra találását a kölcsönös előnyökön alapuló együttélés, a szimbiózis vezérli. A hálózatok ilyen integrációjához az szükséges, hogy az alhálózatok hosszabb időn keresztül stabilak legyenek. Sokszor a szimbiózisban élő alhálózatok megtartják eredeti önállóságuk egy részét, és az általuk alkotott főhálózat moduljaiként élnek tovább (Sole et al, 2003a). A hálózatkapcsolódásnak ez az esete nem elméleti fikció. Az evolúció nagy lépései: az első sejt megjelenése, az első eukarióta kifejlődése, az első szex, az első többsejtű élőlény, és az első szervezett állatközösség, az első társadalom (Margulis, 1998; Maynard-Smith és Szathmáry, 1995) mind-mind az alhálózatok szimbiózis-vezérelt egymásbaágyazódásának esetei voltak. *“Ennél a 'szimbiózis-vezérelt egymásbaágyazódásánál' aligha tudtál volna nehezebben kimondható megnevezést találni erre a szép jelenségre Péter, de azért az első szex esetén így is egészen élénken el tudom képzelni, hogy ez mit jelenthetett.”* Irigyellek Kekecke. Vigyort szüntess! *Azért irigyellek, mert én is mindig szerettem volna ilyen mikroszkópikus szemeket magamnak, amellyel a DNS molekulák egymásbaágyazódását direktben meg tudtam volna figyelni. Szextől függetlenül az élet maga is igényli a magasabb rendű szerveződéseket, hiszen a molekulák szintjén az a rend, ami az élet fenntartásához szükséges, óhatatlanul felbomlott volna a mikroszkopikus fluktuációk miatt (West és Deering, 1994).*



**A hálózatok moduljai – a múlt üzenetei.** A szimbiózisban élő hálózati modulok nagyon jó eszközei annak, hogy feltárjuk az éppen vizsgált komplex rendszer előtörténetét. A főhálózat moduljai ugyanis nagyon gyakran megőrzik azokat az elemeket, amelyek eredetileg az adott alhálózat részei voltak. Így az egyes modulok elemeiben előforduló hibák (Kunin és mtsai, 2004; Qin és mtsai, 2003) vagy eltérő „játékszabályok” (mutációk, de akár anatómiai furcsaságok, a vállalati szokásoktól való egyedi eltérések, kulturális



hagyományok és interkulturális feszültségek) gazdag információt szolgáltathatnak arra, hogy megszabjuk a modulok határait, és felfedjük egymásbaágyazódásuk történetét.

A szimbiózis-vezérelt egymásbaágyazódás (más néven: integráció; Sole és mtsai, 2003a) az alulról építkező módja a főhálózat képzésének. Ugyanakkor van a szimbiózis kialakulásának egy ezzel ellentétes folyamata is. A főhálózat felől induló esetben a főhálózat eléri azt a bonyolultsági szintet, ahol az elemek száma akkorára nő, hogy további struktúrálódás nélkül a minden elemet kellőképpen összekötő kapcsolatok fenntartása gazdaságtalanná válik.<sup>16</sup> Ilyenkor a főhálózat struktúrálódni kezd, és nagy esély van arra, hogy benne modulok, alhálózatok alakuljanak ki. A modulok nagyon gyakran különböző feladatokat látnak el a főhálózaton belül, és így szimbiózisuk mindannyiuknak kölcsönös előnyöket biztosít. Ezt a folyamatot modularizáció-vezérelt egymásbaágyazódásnak (más néven: parcellációnak; Sole és mtsai, 2003a) nevezhetjük.

Modulok a legtöbb hálózatban megfigyelhetők. A modulok között a kapcsolatok viszonylag ritkábbak, és igen gyakran az egyes modulok csomópontjai csak egy, vagy több elemen át tudnak érintkezni egymással (Hartwell és mtsai, 1999; Maslow és Sneppen, 2002; Rives és Galitski, 2003; Spirin és Mirny, 2003). A modulok objektív elkülönítésére mostanában alakulnak ki a pontos módszerek (Papin és mtsai, 2004). A beleinkben milliárd számra tenyésző *Escherichia coli* baktérium anyagcsere enzimeinek 74 %-a modulokba rendezetten található (von Mering és mtsai, 2003). A modularizáció a random gráfokra is jellemző, spontán folyamat (Guimera és mtsai, 2004) de egy korábban létező alhálózat, vagy alhálózat-darab megduplázódásával is létrejöhethet. A duplikáció után (leggyakrabban a különbözőképpen jelentkező hibák miatt) a korábbi ikermodulok egyre inkább különbözni fognak egymástól, és egyre inkább eltérő funkciókat látnak el (Sole és Fernandez, 2005).

Akár alulról, akár felülről indul a modulszerveződés, a modulok kölcsönhatásának egy igen fontos esete az, amikor az egyes modulok nem egyenrangúak, hanem közöttük valamilyen hierarchia figyelhető meg. Ez a hierarchia (amely a modulok egymáshoz való kapcsolódásában is tetten érhető) igen jellemző a sejtjeinkben található anyagcsere hálózatokra (Ravasz és mtsai, 2002), vagy a fehérjék szerkezetének kialakulására (Compiani és mtsai, 1998). A modulszerveződés mutathat skálafüggetlen topológiát, de az is gyakran előfordul, hogy egy központi modulhoz kötődik az összes többi. Ezek a centrális modulok úgy viselkednek, mint egy diktátor, vagy mint egy fekete lyuk (morálisan a diktátorok amúgy is általában fekete lyukként jellemezhetők). A kialakuló főhálózat egy csillagháló, amely leginkább a környezet forráshiánya (stressze, szegénysége) alkalmával keletkezik, mint ahogy arra a hálózátalozásokat tárgyaló 4.4.-es fejezetben részletesen is ki fogok térni.

Nagyon csodálom Kekecke, hogy hallgatsz. Ébresztő!! Komoly szemléleti zavar volt a fenti bekezdésekben. Ezt bizony átaludtad öregem. Sejttem, hogy hol jár az eszed... Ideje visszatérni, Mester!

---

<sup>16</sup>Különösen igaz lehet ez akkor, ha a főhálózat egy hosszabb ideig viszonylagos jólétben burjánzott, majd a források hirtelen megcsappantak, és az új helyzet már nem képes fenntartani a korábban kialakult kapcsolati gazdagságot.

Ahogy belelendültem a modularizáció leírásába, bizony az, hogy meddig főhálózat a főhálózat, mikortól lesznek moduljai, és mikor mondhatjuk azt, hogy ezek a modulok tulajdonképpen nem is modulok, hanem egy-egy külön-külön alhálózatnak kell felfognunk őket, amelyek tulajdonképpen a főhálózat egyes elemei, alaposan elsikkadt. Most pótolom e hiányt. A pontos különbségekről fogalmam sincs. „Péter, te nem félsz attól, hogy ilyenkor az Olvasó feláll, odamegy a számítógéphez, és ír neked egy olyan email-t, ha már pofon verni nem tud, amit nem teszel zsebre? Szórákozz a...” Hazudni csak nem fogok? Olyan kutató nem tehet. Tévedni tévedhet, de hazudnia tilos. Erre esküdött fel. Gondolj bele, Kekec. Marha nehéz megmondani, hogy mi különbözteti meg ezt a két esetet. A valóság ezen csak röhög. Ő úgy él, ahogy neki kell. Az ilyen monumentális csapdákat mi állítjuk magunknak, amikor a megismerésünk kockákra (hálózati modulokra!) szabdalt világával megpróbáljuk leírni a szabdalás-mentes világot. Úgy kell nekünk. Persze attól még a feladatot meg kell oldani. A <modulok>—<elemként viselkedő alháló> kettősét úgy lehet elhatárolni egymástól, ha (csökkenő fontossági sorrendben) figyelembe veszed, hogy

- hány modul/alháló van;
- mekkora a modulok/alháló mérete az őket alkotó elemek méretéhez képest;
- mennyire struktúráltak a modulok/alháló;
- a modulokban/alhálóban található kapcsolatok száma hogyan aránylik az őket a többi modulhoz/alhálóhoz kötő kapcsolatok számához;
- a modulok/alháló mennyire különböznek egymástól;
- a modul/alháló mennyire tud önállóan létezni;
- az egyes modulok/alháló kapcsolódása mennyire állandó és szükségszerű.

Minél több a modul, minél jobban különbözik a modul az őt alkotó elemektől (azaz minél struktúráltabb és minél nagyobb), minél kevesebb kapcsolat köti össze legalább némelyik modult a többivel, minél jobban elkülöníthetők a modulok (különbözőség és önálló lét szerint), és minél kevésbé szükségszerű, hogy pont annyi és olyan modul alkosson egy főhálót, mint amennyit éppen látsz benne, annál jobban kimondható az, hogy a modul már tulajdonképpen nem is modul, hanem a főháló elemeként viselkedő alháló. Ha ezeket a lépéseket nemcsak gondolatban játszod végig, hanem a valóságban is látod őket, tudod mit követtél végig, Kekec? Egy fantasztikus lépést. Egy új hálózati szint kialakulását. A világ egymásbaágyazott hagymája a szemed láttára lett egy réteggel vastagabb. Bonyolodtunk. A bonyolodás pedig nagyon szép dolog. Érdemes szépnek tartani, mert ha nem bonyolodtunk volna, akkor nem lenne itt semmi, se könyv, se Író, se Olvasó, se Kekec.



**Szükségszerű-e a modularizáció?** Volt ám az előző bekezdésekben még egy buktató... (és ha majd az Olvasók megírják, hány másik...) Kézpénznek vettem azt, hogy ha „a főhálózat eléri azt a bonyolultsági szintet, ahol az elemek száma akkorára nő, hogy további struktúráldás nélkül a minden elemet kellőképpen összekötő kapcsolatok fenntartása gazdaságtalanná válik” akkor a modularizáció bekövetkezik. Ez lehet, hogy logikus, de jelenleg még nem bizonyított. Fogalmazzuk meg egy konkrét példára a kérdést, és látszani fog, hogy nem is olyan aprócska kijelentés ez itt az idézőjelben. A sejtosztódás okaként a sejt felületének négyzetes és térfogatának köbös növekedése közötti ellentmondás eléggé közismert.<sup>17</sup> Vajon a

<sup>17</sup>Az osztódáshoz vezető ellentmondásnak az az oka, hogy a sejt négyzetesen növekedő felszíne egyre kevésbé tud lépést tartani a sejt köbösen növekedő térfogatának anyagsere igényeivel.

fentiek példajaként a megnövekedett fehérjehálózat fenntartásának gazdaságtalanná válása nem lehet-e hasonló oka a sejtek (főhálózatok) osztódásának? Vajon nem ugyanerre vezethető-e vissza a társadalmi csoportok jól ismert parkinsoni osztódása?<sup>18</sup> Mennyire általános ez a jelenség? Szükségszerű-e egy növekedő hálózat modularizációja (parcellációja) ahhoz, hogy fenntarthassa a komplexitását és stabilitását?



**Várható-e az Internet, a világgazdaság és Gaia modularizálódása?** Ha a fentieket még tovább gondoljuk, még hihetlenebb kérdések törmek elő... Az Internet és a világgazdaság bizonyosan növekedik. Ha növekedést tápláló források picit is megzökkennek, nem várható-e mindkettő modularizálódása? Nem kis horderejű kérdések ezek, mert a világgazdaság modularizálódása akár újabb hideg (vagy tényleges) háborúkhöz is elvezethet. Érdemes lenne ezt elkerülni, ha lehet. Ugyanakkor csődbe rohan az a rendszer, ahol a hálózatstabilitás egy folyamatosan túlfűtött növekedésre alapozott. Fontos lenne tehát egy forgatókönyv az ilyen rendszerek tervezett modularizációjára, hogy ott és úgy váljanak el egymástól a részek, ahol és ahogy az a legkisebb bajt okozza. A végső kérdés a Föld teljes ökoszisztémája, Gaia maga. Gaiáról a 12.3. fejezetben még fogok írni részletesen. Érdemes azonban már itt is megkérdezni: vajon Gaia nő? (Ha most megszólalsz Kecec, hogy hát persze hogy nő, hiszen a hímnemű földanya fogalma eddig még a legteljesebben „politically correct” gondolkodásban sem került elő, akkor itt, az Olvasó előtt tekerem ki a nyakad...) Vajon bővülnek, vagy inkább szűkülnek a Föld teljes ökoszisztémájának a kapcsolatai? Annyira keveset tudunk még erről a komplex szintről, hogy a választ még megkísérelni sem lehet. De talán jobb bele sem gondolni abba, mi lehet akkor, ha Gaia egyszer csak gondol egyet, fázisátalakulást produkál, és modularizálódni kezd...<sup>19</sup>

A modularizálódás a fenti példák ellenére nem egy fenyegető esemény, hanem hasznos dolog.<sup>20</sup> A modularizáció a hálózatfejlődés természetes velejárója. Érdemes az ijesztgetések után összefoglalni a modulok hasznos tulajdonságait.

- A modulok lokalizálják a rendszer károsodását előidéző zavarokat (Maslow és Sneppen, 2002).
- A modulok egymástól eléggé független fejlődésre képesek (Hermisson és mtsai, 2003; Kirschner és Gerhart, 1998) ami különösen nagy előnnyel jár akkor, ha a környezeti feltételek (vagy tervezési igények és útmutatások) időről-időre megváltoznak (Alon, 2003).
- A modulok a különböző hálózati funkciók szétválását okozhatják (Maslow és Sneppen, 2002). Ennek egyik változataként a modularizáció divergenciát, azaz a korábban egységes funkció eltérő módosulásait okozza. Mindkét jelenség kedvez a diverzitás megjelenésének, valamint egyszerre növeli a

<sup>18</sup>A parkinsoni osztódás mögött (amelyet az angol koronatanács létszámának ciklikus növekedésén és egyre belsőbb magjai leválásán demonstráltak először) persze az is áll, hogy maximálisan hány ember tud értelmes társalgást folytatni egymással. Ez a hangzavar kialakulásának fizikai, és az értekezletek időbeli korlátai mellett ugyanannak a Dunbar (2004) által leírt kognitív limitnek is a függvénye, amely nem teszi lehetővé, hogy egyidejűleg bizonyos számú embernél többnek a kölcsönös szándékait megjelentsük az agyunkban.

<sup>19</sup>A kérdésekért köszönettel tartozom Pató Bálintnak.

<sup>20</sup>A modularizáció akkor válhat fenyegetővé, ha “alulról nézzük”, hiszen a megváltozott hálózati környezet a hálózat elemeinek megváltozását is igényli. A helyzet akkor válik igazán bajossá, ha a modularizáció viharos sebességgel zajlik le, ugyanis ekkor az alkalmazkodás inkább szelektív (kihalásos) semmint adaptív úton valósul meg. Jelenleg még fogalmunk sincs arról, hogy milyen tényezők szabják meg a modularizáció sebességét.

rendszer stabilitását és fejlődőképességét (Kirschner és Gerhart, 1998; valamint 7.2. fejezet).

- A modulok nem mindig egy pontos határ mentén válnak szét egymástól: a modulok kötődése rugalmas. A modulok közötti kapcsolatokat sokszor nem egy vagy több elemi kapocs, hanem a hálózat egy sajátos területe, a peremterület teremti meg. A peremterület segítheti, de akár gátolhatja is a két modul kapcsolódását, és a peremterület e tulajdonságát az igazán bonyolult hálózatok esetén egészen finoman szabályozni is lehet (Agnati és mtsai, 2004).

A hálózatok egymásbaágyazottsága tehát egy kulcsfontosságú eleme annak, hogy a komplexitás hogyan fejlődött ki a Földön és valószínűleg az egész világegyetemben. Az egymásbaágyazottság a minket körülvevő világ egyik alaptulajdonsága. Ezzel egyidejűleg az egymásbaágyazottság egy rendkívül fontos fogalmi mankó a számunkra, amely felfoghatóvá teszi a világ komplexitását körülöttünk. Ha közel megyek, egy nagyszerű csoda történik! A pont már nem is pont, hanem egy különálló, bonyolult, és hihetetlenül szép világ. Az egymásbaágyazottság tehát összeköt bennünket világgal. Ugyanakkor az egymásbaágyazottság a saját fogalmi rendszereinkre is jellemző. Ha nem tudnánk a segítségével elfeledkezni a vizsgált jelenség bizonyos részeinek bonyolultságáról, kognitív korlátaink miatt soha nem tudnánk semmilyen épkezláb gondolatot összeütni semmiről, ami a szemünk elé kerül. Vagy mérhetetlenül buták lennénk,<sup>21</sup> vagy az eszünk növekedtével a gondolati bőség olyan kavardást okozna az agyunkban, amely kezelhetetlen lenne. Az egymásbaágyazottság tehát a tudatos emberi létnek is egyik alapfeltétele. Igaz ez a társadalmi szinten is. Szükség van bizonyos önállóságunkra, mert e nélkül nem alakul ki az éntudat. Ugyanakkor muszáj, hogy kötődjünk a többiekhez, mert e nélkül reménytelenül bizonytalanok és kiszolgáltatottak vagyunk (mellékesen meg életképtelenek is, de ezt már csak a modern kor tette velünk).<sup>22</sup> Az egymásbaágyazottság embervoltunk alapja.

### 3.4. Gyengekapcsoltság

Majdnem készen vagyunk. A jelenleg összerakható lista szinte teljes. Már tudjuk azt, hogy miért szeretik az emberek a hálózatokat. A kisvilágság segít megőrizni a biztonságérzetünket az elidegenedett világban. A skálafüggetlenség segítette az őseink túlélését, kiszámíthatóvá teszi a kiszámíthatatlant, szépséget és izgalmat hoz az életünkbe. Az egymásbaágyazottság a kialakulásunk igen fontos eleme volt, és segít abban, hogy megértsük a világot magunk körül. Maradt még valami? *“Tudod Péter, néha már én is ezt kérdeztem magamtól. Mintha valami nagy szemüveget látnék rajtad, ami az egész*

<sup>21</sup>A „butaság” nem becsmérlő itt, inkább Éva és Ádám gyönyörű egyszerűségét jelenti a tudás fájának kísértése előtt. A baj csak az, hogy ilyen egyszerű kognitív készlettel tényleg csak a paradicsomi bőségben lehet életben maradni. Azaz a bibliai történet meg is fordítható: ha Évának és Ádámnak *valaha* el kellett hagynia a Paradicsomot, akkor előtte *muszáj* volt enniük a tudás fájáról, különben odakint éhen haltak volna, ami azért nagy kár lett volna például a jelen könyv szempontjából.

<sup>22</sup>Az idősebb, vagy a filozófiában tájékozottabb Olvasó persze ezeken a részeken csak mosolyog, hiszen a rész és az egész hegeli dialektikáját járom itt körbe hálózati köntösbe bugyolálva. Akinek ez nyilvánvaló, attól a fejezet nagy részéért elnézést kérek, az eszme-futtatások jelentős része annak a fiatalabb generációnak íródott, akinek színrelépése előtt a marxizmus-leninizmus fürdővizével együtt ezeket a gyönyörű filozófiai gyerekeket is kiöntötték az ablakon.

*világot a hálózatok felől közelíti meg. A baj csak az, hogy én is kezdek így gondolkodni. Azt hiszem, arról megfeledkeztem, hogy ennek a könyvnek mintha lenne egy címe is... Arról még nem is írtál semmit.*” Igazad van. A címbeli fogalmak nem véletlenül maradtak ki eddig. A gyenge kapcsolatok (azok a kölcsönhatások, amelyeknek kicsi az affinitása, kicsi a valószínűsége, rövid ideig tartanak) nem igazán járulnak hozzá a hálózatok szeretetéhez (még). Nagyon remélem, hogy ez a könyv igazolni fogja, hogy a gyenge kapcsolatok legalább olyan alapvető elemei a hálózatok fontosságának és népszerűségének, mint az előzőekben említett másik három. A jelen fejezetben az eddig ismertetett alapvető hálózatjellemzők és a gyenge kapcsolatok kölcsönhatásait szeretném bemutatni.

**A gyenge kapcsolatok és a kisvilágság.** A 2. és a 3.1. fejezetekben már említést tettem arról, hogy a hosszú távú kapcsolatok (amelyek a kicsi világokat kicsivé teszik) általában gyenge kapcsolatok. Kimondható, hogy stressz mentes környezetben a gyenge kapcsolatok szükségesek a kisvilágság kialakulásához (Dodds és mtsai, 2003a; Granovetter, 1973; 1983; Skvoretz és Fararo, 1989).

**A gyenge kapcsolatok és a skálafüggetlenség.** A valós hálózatokban a hálózat elemei nem egyformák. Ez szükségszerűen vezet ahhoz, hogy a hálózatban erős és gyenge kapcsolatok alakuljanak ki. Valóban, az internet forgalmának (Caldarelli és mtsai, 2003; Leland és mtsai, 1994), az adatátvitelnek (Goh és mtsai, 2001; Ghim és mtsai, 2004), az *Escherichia coli* baktérium anyagcseréjének (Almaas és mtsai, 2004), a légi forgalomnak, a tudományos együttműködésnek (Barrat és mtsai, 2004a) és a piaci befektetéseknek (Garlaschelli és mtsai, 2003a) modellezése mind-mind azt mutatta meg, hogy a valós hálózatokban nemcsak a kapcsolódási fokok, a térbeli megoszlás (önhasonlóság, fraktáljelleg), az időbeli viselkedés (valószínűségek) hanem a kapcsolódás erőssége is skálafüggetlen eloszlást mutat. A hálózatok fejlődésének újabb modelljei azt is megmutatták, hogy a preferált kapcsolódás a fokszám és a kapcsolaterősség skálafüggetlen eloszlását *egyidejűleg* meg tudja magyarázni (Barrat és mtsai, 2004b; Li és Chen, 2004; Yook és mtsai, 2001). A skálafüggetlenség a kölcsönhatások erősségére is jellemző tehát. Mit jelent ez a köznapi nyelvre lefordítva? Az üzenet első része nagyon egyszerű: a valós hálózatokban a gyenge kapcsolatok mindig ott vannak az erős kölcsönhatások mellett. Az üzenet másik fele még szebb: a legtöbb hálózatban sokkal több gyenge kapcsolatot találunk, mint erőt. Valamilyen oknál fogva a hálózatok nem létezhetnek gyenge kapcsolatok nélkül. Miért? Mi lehet ennek az oka? A jelen könyv erre próbálja meg megtalálni a magyarázatot.

**A gyenge kapcsolatok és az egymásbaágyazottság.** Ahogy a 3.3.-as fejezetben már említettem, a hálózatok stabilitása a többszintű, komplex, egymásbaágyazott hálózati rendszerek kifejlődésének elengedhetetlen feltétele. Az egymásbaágyazódás felső szintjének kialakulása minimum néhány kapcsolatot igényel az alhálózatok között. Ugyanakkor a hálózatok fejlődése állandóan és szorosan egymáshoz láncolt alhálózatokkal nem lehetséges. Ha egy hálózatot csak szoros kapcsolatok tartanak össze, a hálózat megmerevedik és fejlődésképtelen lesz. A gyenge kapcsolatok feloldják ezt a látszólagos ellentmondást. Összekötnek annyira, amennyire a magasabb hálózat kialakulásához szükséges, ugyanakkor szükség esetén a szétválást is engedik.

Nem véletlen, hogy az egymásbaágyazottság egyik kulcseleme, a modulrendszer is többnyire gyenge kapcsolatokkal kötődik egymáshoz

- a fehérjékben, ahol a gyenge kapcsolatokat a víz biztosítja (Csermely, 2001b; Kovács és mtsai, 2004);
- a sejtekben, ahol a gyenge kapcsolatok kis affinitású fehérje-fehérje kapcsolatokban érhetőek tetten (Maslow és Sneppen, 2002; Rives és Galitski, 2003; Spirin és Mirny, 2003); valamint
- a társadalmakban, ahol a gyenge kapcsolatok felszínes ismeretségeket jelentenek (Degenne és Forse, 1999; Granovetter, 1973).

A modulok közötti gyenge kapcsolatok stabilizálóak: a fradirajongók általában nem moztartkedvelőket visznek magukkal a meccsre. Az így kialakuló modulok között a kapcsolat tehát gyenge. Ha a fradirajongók úgy általában el akarják verni a moztartkedvelőket a metrón, abban az esetben, ha az egyik fradirajongó történetesen moztartkedvelő is, ez kevésbé fog bekövetkezni. A gyenge kapcsolatok a hálózatok moduljai között szinte mindig megfigyelhetők. Jó hírem van: ha elég fradirajongót összeterelünk, *lesz* közöttük moztartkedvelő.



**A randevúzó csomópontok valószínűleg gyengék.** Han és mtsai (2004) nemrég megjelent érdekes cikkükben az élesztő fehérje hálózatában kétféle csomópontot különböztettek meg. Az egyik állandó partnerekkel rendelkezett (ezt ők házibuli csomópontnak hívták). A másik csomópont viszont állandóan váltogatta a partnereit, azaz randevúzó csomópont volt. A randevúzó csomópontok általában modulokat kötöttek össze egymással, és nagy valószínűséggel gyenge kapcsolatban álltak a szomszédaikkal. A randevúzó csomópontok a génátíródást szabályozó transzkripciós hálózatokban is fontos szerepet tölthettek be (Luscombe és mtsai, 2004). Nagyon érdekes lesz a jövőben az utóbbi, randevúzó csomópontok stabilizáló szerepét megvizsgálni e rendszerekben.



**A gyenge kapcsolatok és a kulturális fejlődés.** A gyenge kapcsolatok izoláló szerepe nemcsak a biológiai de a kulturális evolúcióban is szerepet játszik. A kulturális fejlődés megújító elemei igen gyakran a társadalom olyan részéből származnak, amely a társadalom egybefüggő, nagy hálózatából legalább átmenetileg leválasztva fejlődhetett.<sup>23</sup> A viszonylagos elzártság az új ötlet zavartalan fejlődését segíti elő egészen addig, amíg eléggé kiforrottá és erőssé nem válik ahhoz, hogy a társadalom nagy hálózatába belépve, az ott keringő ötletekkel már versenyképes legyen. Ha az elzártan kifejlődött új ötlet képes megtalálni azokat a (hosszú távú) gyenge kapcsolatokat, amelyek a társadalom fő áramába beryepítik, esélye lehet arra, hogy átvegye a vezetést és meghódítsa a társadalmat (legalább az Andy Warhol-féle 15 percen át...). A blues, a pop, az Amerikai Egyesült Államok alapító atyái mind-mind egy-egy izolált szubkulturát jelentettek a kezdet kezdetén. A nagyobb cégek inkubátorházai pontosan az ilyen típusú innováció kifejlődésének segítésére alakultak ki (Sabel, 2002).

Összefoglalásképpen elmondható, hogy a gyenge kapcsolatok szükségesek a kisvilágság kialakulásához, a skálafüggetlenség egyik következményei és nagy szerepet játszanak az egymásbaágyazottság kialakulásában is. A gyenge kapcsolatok a hálózatok általános és fontos elemei, ők adják a hálózatokon belüli kapcsolatok döntő többségét. Ha bármely olyan hálózati tulajdonságról beszélünk, ami magyarázza a hálózatok népszerűségét egyszersmind gyenge kapcsolatokról is beszélünk. A kettő egymástól nem elválasztható.

<sup>23</sup>Az ötletért köszönettel tartozom Gaál Viktornak.